Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 05.10.1958
Stichworte: Vakuum-Erwartungswerte. Quantisierungsvorschrift für jede beliebige kausale Quantenfeldtheorie
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-195r
Meyenn-Nummer: 3074

München 23 5. 10. 58.
Rheinlandstr. 1

Beantwortet 8. Okt.

Lieber Pauli!

Vielen Dank für Deinen Brief! Mit dem Inhalt bin ich aber nur halb zufrieden, da mir der Satz „Es scheint mir natürlich, anzunehmen, dass sich die V. E. immer wie Distributionen verhalten" eine ganz unzulässige mathematische Leichtfertigkeit darzustellen scheint. Ich möchte daher mit einer Gegenfrage antworten:

Man betrachte den Operator

$$\chi_\alpha(xx') = e^{i[\bar{\psi}_\nu(x')a_\nu + \bar{a}_\nu \psi_\nu(x')]} \cdot \psi_\alpha(x) \cdot e^{-i[\ ]},$$

der bekanntlich die Wellengleichung befriedigen muss. (Dabei sei an die ~~Fo[illegible]~~ Entwicklungsreihe:

$$e^{O}\psi e^{-O} = \psi + [O\psi] + \frac{1}{2}[O[O\psi]] + \frac{1}{6}[O[O[O\psi]]] + \dots$$

erinnert, die gerade am Lichtkegel besonders schnell konvergieren sollte, wenn $\{\bar{\psi}\psi\}$ dort nahezu eine c-Zahl wird. Konvergieren sollte sie aber immer, auch unabhängig von dieser Annahme).

Meine Frage lautet nun: Welches Verhalten des Operators $\chi_\alpha(xx')$, bzw. seines Erwartungswertes am Lichtkegel scheint Dir „natürlich" ??

Es gibt da offenbar, solange man die klassische Logik verwendet, zwei Möglichkeiten:

a.) Der Erwartungswert von χ enthält δ- bzw. δ'-Funktionen auf dem Lichtkegel.

b.) Der Erw.-Wert von χ enthält keine δ- od. δ'-Funkt. auf dem Lichtkegel.

Wenn Du a) für das „Natürliche" hältst, so lautet meine zweite Frage: Wie verträgt sich diese Annahme mit der Tatsache, dass χ der Wellengleichung genügt??
Du stehst hier vor der wenig beneidenswerten Aufgabe, mir erklären zu müssen, was die 3. Potenz einer δ-Funktion bedeutet u. wie damit die Differ. Gl. befriedigt werden kann.

Wenn Du aber b) für das „Natürliche" hältst, so lautet meine zweite Frage: Wie verträgt sich b) mit Deiner Annahme, dass $\{\bar{\Psi}\Psi\}$ die δ-Funktion enthalten soll?

Also ich wäre Dir für eine Beantwortung dieser Fragen sehr dankbar, da sie zur Klärung unserer verschiedenen „Stimmungen" der ~~Theor~~ Feldtheorie gegenüber viel beitragen kann.

Über die isoinvariante Gleichung glaube ich, zwar qualitativ jetzt Bescheid zu wissen, aber ich kann die Lösungen noch nicht quantitativ angeben. Es gibt hier zunächst eine Gruppe von trivialen, zweikomponentigen Neutrino-Lösungen, in denen die Rückwirkung garnicht vorkommt. Diese Lösungen sind durch $\gamma_5 \psi = \psi$ oder $\gamma_5 \psi = -\psi$ charakterisiert; diese Lösungen können ~~[illegible]~~ natürlich auch δ-Funktionen enthalten (sie <u>müssen</u> es sogar, wenn sie raumartig verschwinden sollen). Daneben gibt es die ~~[illegible]~~ viel allgemeinere Gruppe der Lösungen, die die Rückwirkung enthalten (d.h. bei denen das Glied dritter Ordnung nicht überall verschwindet). Es sieht so aus (aber da bin ich noch nicht sicher), als könnte die Lösung selbst nicht gleichzeitig invariant gegen die homogene Lorentzgruppe u. die Isogruppe sein. (Das könnte mit der Symmetrieverminderung zu tun haben!) Jedenfalls aber gibt es bei den Lösungen mit Rückwirkung <u>keine</u> δ-Funktion auf dem Lichtkegel. —

An dem „Hamiltonoid" habe ich noch nicht weitergearbeitet, weil ich noch keine Zeit hatte. Ich halte es aber für ein wichtiges Thema.

Zur Frage der V.R. möchte ich noch allgemein bemerken: die richtige Quantisierungsvorschrift für jede beliebige kausale Quantenfeldtheorie muss natürlich einfach lauten: „Der Kommutator verschwindet für raumartige Abstände, verschwindet aber nicht überall für zeitartige Abstände." Alles übrige muss aus der Wellengleichung folgen (z. B. die δ-Funktion bei linearen Theorien, die indefinite Metrik u. die Oszillationen bei nichtlinearen). Unbestimmt bleiben ~~damit~~ dabei nur triviale Maßstabsfaktoren, z. B. der Faktor der δ-Funktion.

Aber beantworte mir bitte meine Fragen über das „natürliche" Verhalten von $\chi_a(xx')$!

Viele herzliche Grüße!

Dein W. Heisenberg