Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 05.02.1958
Stichworte: Antwort auf Paulis Kritik am geänderten Manuskript, Entartung des Vakuums erforderlich, Isoinvarianz
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-177r
Meyenn-Nummer: 2854

Göttingen 5. 2. 58.

Beantwortet 10. 2.

Lieber Pauli!

Deine drei Briefe aus New York habe ich inzwischen studiert. Es ist mir immer noch nicht ganz leicht, damit das Manuskript zu verbessern bzw. neu zu schreiben, da ich einige von den Fragen, die Du stellst (z. B. in Bezug auf die Spiegelwelt) auch selbst noch nicht beantworten kann. Aber ich werde doch zu einem Entwurf kommen, den wir mit gutem Gewissen als preprint verteilen können, und dann kannst Du ja vor der Drucklegung eine weitere Redaktion vornehmen. Jedenfalls werde ich nichts ohne Deine Zustimmung verteilen oder an eine Zeitschrift schicken.

Bei Deinen Briefen habe ich mancherlei Schwierigkeiten mit Deinen Rechenfehlern (nichts für ungut, ich mache auch viele!). Z. B. schreibst Du neuerdings die Matrix C in der Form

$$C = \begin{vmatrix} & 1 & & \\ -1 & & & \\ & & & 1 \\ & & -1 & \end{vmatrix}.$$

Das ist aber falsch, da nicht mit $\gamma_4 C^{-1} = -C^{-1}\tilde{\gamma}_4$ verträglich.

Richtig muss es heissen

$$C = \begin{vmatrix} & 1 & & \\ -1 & & & \\ & & & -1 \\ & & 1 & \end{vmatrix}, \qquad \gamma_5 C = \begin{vmatrix} & 1 & & \\ -1 & & & \\ & & & 1 \\ & & -1 & \end{vmatrix}$$

obwohl auch das nicht mit $CC^* = 1$ stimmt; soviel ich sehe, braucht man aber $CC^* = 1$ gar nicht, es kann auch $CC^* = -1$ genommen werden.

Nun zu Deinen Fragen: Zusammenhang zwischen ψ_α und Ψ_α. Definition von Ψ_α^* und $\Psi_\alpha^* \Gamma_4 = \Psi_\alpha^+$. Zunächst glaube ich, dass man die Operatoren ψ_α auf alle Komponenten des entarteten Vakuums anwenden kann. Auch etwa $\psi_\alpha^+ \psi_\beta | \Omega_A)$ u.s.w. Ferner glaube ich, dass die normale Qu. M. so aufzufassen ist, dass $\Psi = \Psi\rangle$ und $\Psi^* = \langle\Psi$. Aber dort ist kein Unterschied zwischen Ψ^* und Ψ^+. Hier bei uns soll man wohl für die <u>physikalischen</u> Zustände die Grösse $\Psi^+ \Gamma_\mu J_\mu \Psi$ (J_μ = Impulsenergievektor) als die fundamentale metrische Form ansehen, die immer positiv definit ist (wenn J_μ zeitartig ist). Das Vakuum ist ein Sonderfall wegen $J_\mu = 0$. Daher wäre ich auch für die Interpretation $\langle\Psi = \Psi^*$, und nicht etwa $\langle\Psi = \Psi^+ = \Psi^* \Gamma_4$.

Aber hier bin ich noch unsicher u. hoffe, aus dem Eigenwertproblem noch zu lernen, wie man's machen muss. Es ist hier noch Platz für gewisse Zusatzannahmen: z.B. gilt in der gewöhnlichen Q.M. wegen der Löchertheorie $(E\gamma_4+p_k\gamma_k+i\kappa)\psi\,\cancel{(1+\gamma_4)\psi_\alpha}\,|\Omega\rangle = 0$ und $(-E\gamma_4+p_k\gamma_k+i\kappa)\psi_\alpha^+\,|\Omega\rangle = 0$. Bei uns werden entsprechende, vielleicht kompliziertere Annahmen in Bezug auf die verschiedenen Komponenten des Vakuums möglich sein. Die müssen aber erst noch herausgearbeitet werden.

Deine Formulierung $Q = \tau_3 + \Sigma_3$, $N = \tau_B + \Gamma_5 - \Sigma_3$ ist sicher eine von vielen möglichen Formulierungen. Ich bin durch die (schon ziemlich eingehenden) Tamm-Dancoff-Rechnungen zu dem Wunsch gekommen, einstweilen hier noch nichts festzulegen. Wichtig ist einstweilen nur, dass sich unsere Vakuumkomponenten wie $e^{\pm i\frac{l}{2}\alpha}$ bzw. $e^{\pm i\frac{l_B}{2}\alpha}$ transformieren, es ist aber nicht wichtig, wie wir sie nennen (z.B. $\Sigma_3 = +1$ od. $\Sigma_3 = -1$ u.s.w.).

Deine Frage: „Ist die Entartung des Vakuums nötig?" will ich eindeutig mit ja beantworten. Hier scheinen mir zwei Argumente entscheidend:

a) Die Alternative wäre ja, dass man den Operatoren noch einen Isospinindex gibt, der Proton u. Neutron zu unterscheiden erlaubt. Denn dann müssten alle Teilchen mit halbzahligem Spin auch halbzahligen Isospin haben; das ist nicht richtig. b.) Die Zerteilung $Q = \tau_3 + \Sigma_3$ kann ich nur so verstehen, dass zwei verschiedene Grössen transformiert werden; das einmal der Operator, das andere Mal das Vakuum.

Mit Deinen Formeln

$$^{A}\langle \psi_\alpha(x), \psi^{+}_\beta(x') \rangle_B = -\gamma^{\nu}_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\nu} F(s) - \delta_{\alpha\beta}\, g(s) \cdot {}^{A}|V_1|_{A'}$$

$$^{A}\langle \psi_\alpha(x)\, \psi_\gamma(x') \rangle_B (C\gamma_5)_{\gamma\beta} = C\, \delta_{\alpha\beta}\, G_1(s)\, {}^{A}|V_2|_{A'}$$

bin ich sehr einverstanden. Für V_1 wollte ich anwenden die Matrix $\left|\begin{array}{cccc} 0 & 1 & & \\ 1 & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{array}\right|$ für ~~die~~ eine richtige Lösung, da sie für Proton-Neutron aus Gürsey folgt u. für die Leptonen stimmt. G_1 ist klein von der Ordnung $\frac{1}{2000}$.

Zum Eigenwertproblem: Deine Skepsis gegen eine Wellengleichung ist sicher unberechtigt u. mir auch unverständlich. Selbst die puritanischsten Feldtheoretiker wie Haag nehmen in ihre Axiome den Satz auf: Die Operatoren, die zu einem beliebig dünnen „Zeitstreifen" gehören ($A(x,t)$ für $T < t < T+\Delta T$; ΔT beliebig klein) genügen, um den <u>ganzen</u> Ring der Operatoren aufzuspannen, d.h. den <u>ganzen</u> Hilbertraum aus dem Vakuum zu erzeugen. Das heisst aber (bei räumlich vertauschbaren Operatoren) das <u>gleiche</u>, wie das Bestehen einer Differentialgleichg. Eine Differentialgleichung hat dem ersten Augenschein nach eine vernünftige u. eine unvernünftige Seite. Die vernünftige heisst: Wenn irgendwo eine Beschreibung gewesen ist, so müssen die das Geschehen darstellenden Fortpflanzungsfunktionen vom <u>gleichen</u> Punkt ausgegangen sein (deshalb verwendet man seit 1905 in der spez. Rel. th. Differentialgleichungen u. keine Fernkräfte); das ist einfach die Kausalitätsforderung. Die unvernünftige Seite besteht darin, dass es zunächst so aussieht, als müsse man nun eine Beschreibung an diesem mathematischen Punkt definieren d.h. einen „Prozess" angeben, der sich im Moment der Beschreibung abspielt; aber das ist natürlich Unsinn und wird in meiner Definition des Eigenwertproblems ausgeschlossen durch die <u>Festsetzung</u> $S(0) = 0$. Eine derartige „Selbstbeschreibung" <u>gibt es nicht</u>. Das ist das Ei des Kolumbus, das unseren Feld-

Theoretikern deswegen so viel Kopfzerbrechen gemacht hat, weil sie die Grösse $S(0)$ immer mit ihren Divergenzen u. δ-Funktionen durcheinandergebracht haben. $S(0)=0$ ist aber nicht nur eine mögliche, sondern die einzig vernünftige Definition. Ich habe diese Frage heute nochmal mit Symanzik besprochen, der nichts mehr einzuwenden hatte. – Die τ-Funktionen verhalten sich in der Nähe des ~~auf dem~~ Lichtkegels (für irgend ein Punktepaar) natürlich wie die S_F-Funktion. Man kann die τ-Funktionen also auch bei Zusammenfallen zweier Punkte definieren durch $S(0)=0$, aber man braucht das praktisch nicht.

Entscheidend für das Eigenwertproblem ist natürlich, dass Integrale vom Typus $\int dx'\, G(x-x')\, S(y-x')$ noch existieren u. bestimmte Funktionen definieren (auch für $x=y$), also, dass alles das konvergiert, was sonst zu divergieren pflegt. Dafür sorgt aber der Geistdipol.

Deine Bemerkung über die Form der Invariante $(\psi^+\psi)^2-(\psi^+\gamma_5\psi)^2$ in der q-Zahltheorie war mir sehr wichtig. Wir haben dieses Problem jetzt in sehr allgemeiner Form gelöst: Es sei

$$J_1=(\psi^+\psi)^2;\quad J_2=\sum_\mu(\psi^+\gamma_\mu\psi)^2;\quad J_3=\sum_{\mu>\nu}(\psi^+\gamma_{\mu\nu}\psi)^2$$

$$J_4=\sum_\mu(\psi^+\gamma_\mu\gamma_5\psi)^2;\quad J_5=(\psi^+\gamma_5\psi)^2\quad\left[\text{mit } \gamma_{\mu\nu}=\tfrac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu-\gamma_\nu\gamma_\mu)\right].$$

bestätigt.

Dann ist in der c-Zahltheorie

$$J_1 - J_5 \equiv J_2 \equiv J_4 \quad ; \quad J_1 + J_5 \equiv J_3$$

(drei Identitäten).

In der q-Zahltheorie (antikom. Operatoren) ist

$$2(J_1 - J_5) + J_2 + J_4 \equiv 0 \quad \text{und} \quad 3J_1 + J_3 + 3J_5 \equiv 0.$$

(nur zwei Identitäten).

In der c-Zahltheorie ist nur

$J_1 - J_5 = J_2 = J_4$ isoinvariant,

in der q-Zahltheorie ist nur

$J_4 = -2(J_1 - J_5) - J_2$ isoinvariant.

Es gibt also, Gott sei dank, nur eine Isoinvariante, die Theorie ist also eindeutig.

Über die anderen Fragen werde ich bald mehr wissen, wenn das Eigenwertproblem fertig behandelt ist (für Nukleon u. π-Meson). Die Änderungen in der Wellengleichung helfen uns hier zwar nicht, bringen aber auch einige Unstimmigkeiten in Ordnung, die uns schon seit einigen Tagen verwirrten.

Also genug für heute. Du bekommst in einigen Tagen den verbesserten „preprint".

Viele Grüsse!

Dein W. Heisenberg