

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 19.01.1958

Stichworte: Kommentare zu Paulis ersten Entwurf einer gemeinsamen Veröffentlichung ihrer Spinortheorie mit indefiniter Metrik,

Vakuum-Erwartungswerte

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-174r

Meyenn-Nummer: 2840

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Göttingen 19. 1. 58.

PLC 0017, 174 r

NACHLASS
PROF. W. PAULI 1/176

Lieber Pauli!

Leider habe ich mit meinem Manuskript noch manche Schwierigkeiten, da ich aus deinem letzten Brief sehe, dass ich offenbar einiges Besenbliche noch nicht verstanden habe. Ich muss ja schließlich so weit kommen, dass auch mir deine Formeln zweigleutig scheinen. So weit bin ich aber noch nicht, und ich habe aus deiner Änderung mit R den Eindruck, dass du auch noch nicht ganz sicher bist.

Zunächst glaube ich Folgendes verstehen zu haben:
Du willst die Darstellung des Vakuum, die wir bisher ^(das ist dann) ^{(an} ^{andernungen ist.)} ^{haben)} ^{haben}, ausdrücken durch einen Spinindex, allen Zustandsvektoren (nicht nur denen des Vakuum),
Du willst ferner einige Haupttransformationen wie Lorentzgruppe und U -Gruppe durch Transformationen in diesem Hilbert-Raum ausdrücken. Du läst also als pseudo-unitäre Transformationen des Hilbertraums nur solche zu, die keine Formen invariant lassen, die auch bei Lorentzgruppe und U -Gruppe invariant bleiben. Aber halt, das ist schon kurios;
denn viele Bilinearformen sind ja gar nicht

mehr invariant für die Isogruppe, auch nicht
für die beiden Haupttransformationen $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$.
 $\psi \rightarrow e^{i\alpha \Gamma_5} \psi$. Also da zeichnet die Lorentzgruppe
vor der Isogruppe u. den beiden Haupttransformationen
aus und stellt Invariant ~~zu dem~~ viele metrischen Grund-
(der Lorentzgruppe auch für die viel allgemeineren Transf. d. Lobachevsky-
formen) fordern.

Dann diskutiert die Einschränkung, die
durch die Forderung der Unitarität entsteht. Dabei
reduziert sich die Lorentzgruppe auf die drei-
dimensionalen Drehungen und man erhält die
neuen Invarianten

$$\psi^* \frac{1 + \Gamma_5}{2} \psi \quad \text{und} \quad \psi^* \frac{1 - \Gamma_5}{2} \psi, \quad (1)$$

die positiv definit sind und sich daher nur
Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs eignen.
Dieser Gedanke, die unitären Transformationen
zunächst nur auf der Energieschale sicher zu-
stellen, lenkt uns sehr ein.

Jetzt aber kommen die Schwierigkeiten. Bei
wollen ja Physik und nicht Mathematik machen.
Physik aber heisst a) Eigenwerte b) Wahrscheinlich-
keiten d.h. S-Matrixelemente (sonst zunächst
nichts!). Was braucht man dazu? Zunächst

braucht man, das scheint mir richtig, für die
Eigenwerte keine Metrik. Denn Eigenwertgleichungen
lauten in einer indefiniten Metrik immer etwa

$$\Phi_m^m H_n = \text{const.} \cdot \Phi_n \quad (2)$$

d.h. es kommen nur die Komponenten von
Operatoren vor, die links einen oberen Index
haben (d.h. kontravariant transformieren), rechts
einen unteren (d.h. kovariant transf.). Die
zugehörige Normalform ist dann δ_i^k . Die
Metrik würde erst gebraucht, wenn man Indizes
herauf- oder herabsetzen muss. Das scheint
mir von ein Eigenwertproblem unnötig. In
der Tamm - Dancoffmethode ist es speziell noch
so einfach eingerichtet, dass man nur die
Metrikelemente (von Produkten zweier Feldoperatoren)
berücksichtigt, die vom Vakuum (oberer Index) zum
Vakuum (unterer Index) gehen. Wenn das Vakuum
unbestimmt ist, das aus vier Zuständen besteht,
die man durch $A = 1, 2, 3, 4$ numerieren
kann, so braucht man also die Größen

$$^A (V.E.)_{A'} = \langle 0^{A^*} | \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\beta | 0_{A'} \rangle \quad (3)$$

Die Bezeichnung V.E. auf den linken Text ist
dabei wirklich u. eigentlich inkorrekt; denn
ein Erwartungswert bezieht sich per definitionem
auf einen Zustand und muss vernünftiger Weise
so definiert werden:

$$\text{Erwartungswert von Op. } U \text{ im Zustand } \Psi = \frac{\langle \Psi | U | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (4)$$

Ich nehme aber bisher an, dass wir mit unseren
V.E. in der Weise die vorher genannten ketten-
elemente (3) meinen. Eine direkte physikalische
Bedeutung haben sie ohnehin nicht; jedenfalls
heißt die Gleichung bisher so ^(schreiben wollen) ~~ausgedrückt~~.

Nun enthalten aber Deine Gl. für V.E. die
von Dir für die ketten gewählten Größen $\eta_{\pm}$
und $\Omega_{\pm}$. Das könnte ich denn und nur dann
verstehen, wenn Du die kettenelemente

$$\langle O_A | \Psi \Psi | O_{A'} \rangle \quad (5)$$

gemeint hättest. Diese sind zwar auch nicht eigentlich
V.E.'s, aber man kann sie statt (3) angeben und
dann kommen natürlich die η u. Ω , d.h. die gik vor.

Mein Vorschlag geht aber jetzt dahin, dass wir die Gleichung für die sogenannten V.E.^{1/3} von der Metrik völlig lösen und sie in Form der Gl (3) schreiben.

Bevor wir einen Vorschlag ^{für} diese Form machen, muss ich aber noch etwas über meine Metrik (die mir für das Eigenwertproblem unnötig scheint) anmerken. Du hast gesagt: Für Zustände mit $Q = 0$ soll auch $\eta = \varepsilon(Q) = 0$ sein, entsprechend für N . Dem widerspricht aber meine spätere Charakterisierung des Vakuum durch die Zweipaar

paare

A	η	η'
1	+1	+1
2	-1	-1
3	+1	-1
4	-1	+1

(6)

Da meinst also offenbar: Bei Betrachtung genügt es, wenn die Summe von η bzw. η' über die miteinander entarteten Zustände verschwindet. Denn jedenfalls ist ja fürs Vakuum $N = Q = 0$.

Dann lautet aber sofort die Frage auf: Sind auch die Zustände von Nullen und

Lichtquant entartet? Wenn ja: wie hoch entartet? Im Zustand, der aus mehreren Lichtquanten u. Neutrinos besteht: ist er entartet? Hebe ich hier keine Ansicht von der "Verschwinden von γ u. γ^* richtig interpretiert? — Man kann ja hoffen, dass die richtige Interpretation ^(für ψ und Neutrino) aus dem Eigenwertproblem später herauskommt.

Nun mein Vorschlag für die V.E. oder richtigen für die Gl. (3): Man führe etwa die beiden Matrizen ein:

$$M = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \begin{array}{c} A' \rightarrow \\ A'' \downarrow \end{array} & & & & \\ 1 & & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & & & & 1 \\ 4 & & & 1 & \end{array} \quad V = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & & & \\ 2 & & & i & \\ 3 & -i & & & \\ 4 & & i & & \end{array} \quad (7)$$

Ferner $G_{\pm}(s) = G(s) \pm i G_A(s).$

Dann soll gelten:

$$\langle 0^A | \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(x') | 0_{A'} \rangle = -\delta_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\beta} F(s) \cdot \int_{A'}^A$$

$$\begin{aligned} \langle 0^A | \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(x') \cdot (C_{\gamma\delta})_{\beta\gamma} | 0_{A'} \rangle &= \left(\frac{1+\gamma_5}{2} \right)_{\alpha\beta} \left(G(s) M_{A'}^A + G_A(s) N_{A'}^A \right) \\ &+ \left(\frac{1-\gamma_5}{2} \right)_{\alpha\beta} \left(G(s) M_{A'}^A - G_A(s) N_{A'}^A \right) \end{aligned}$$

Interpret. herm. kong.

(8)

Ich bin nicht ganz sicher, dass die Vorzeichen hier schon in Ordnung sind. Jedenfalls sollte bis hierher alles ohne Metrik gehen. Natürlich geht es für das, was wir wollen, sehr viele äquivalente Darstellungen. Aber mir ist es wichtig, dass man für die Gl. (3) ohne die Metrik auskommt, und ich möchte, wenn du das billigst, sie auch so schreiben.

Nun zurück zur Physik. Ausser dem Eigenwert braucht man noch Wahrscheinlichkeiten d.h. S. Elementare. Nur an dieser Stelle braucht man eine Metrik. Für diesen Zweck genügen die Relationen auf der Energieebene und es scheint mir völlig ausreichend, wenn etwa die Normierung zu fordern

$$\Psi^* \Psi = 1, \quad \Psi_{f_5}^* \Psi = 0 \quad (9)$$

Natürlich könnte man die beiden ~~Wahrscheinlichkeiten~~ ^{Ausdrücke} auch vertauschen. Offenbarerweise sind diese Ausdrücke auch für die Transformationen $\Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi$ und $\Psi \rightarrow e^{i\alpha \Gamma_5} \Psi$ invariant, aber ich weiss nicht, ob man damit viel anfangen kann, da ja diese vier Grundformen doch nicht invariant sind.

Gegen die allgemeinere Metrik mit den Ausdrücken
 $\bar{\Psi}_A \Psi_B$ und $\bar{\Psi}_A \gamma_5 \Psi_B$ u. s. v. habe ich übrigens
nichts einzuwenden, aber ich weiss einfach noch nicht,
 was man sie eigentlich benutzen kann.

Schlüsselt noch eine Bemerkung zu den
 Transformationen mit den Anzahln ℓ und L .
 Ich gebe dir darin recht, dass die beiden Zahlen
 nicht notwendig gleich sein müssen; da hatte
 ich am Sonntag falsch geraten. Aber mir fällt
 jetzt auf, dass das L reichlich unglücklich scheint,
 jedenfalls wäre man aus der Empirie schwerlich
 darauf gekommen. Das liegt wohl daran, dass die
 Gruppe $e^{i\alpha\gamma_5}$ eben nur dieses eine Element hat, im
 Gegensatz zu $e^{i\alpha}$, das zur D -Gruppe gehört.

Die ~~Klass~~ zu ℓ u. L gehörigen Transforma-
 tionen sehen natürlich komplizierter aus, wenn
 man etwa durch (7) eine bestimmte Bestimmung
 festgelegt hat. Sie sind nicht einfach $e^{i\alpha}$ u. $e^{i\alpha\gamma_5}$
 im Hilbertraum. Ganz zufrieden wäre ich aber
 erst, wenn wir diese Transformationen explizite

anschieben könnten, ebenso die Gl. (3) nicht mit
den vorkünftlichen Beträgen (7) sondern in einer
mehr naturgemässen Form.

Alles in allem: Ich bin mit dem jetzigen
Stand noch nicht ganz zufrieden, weil ich wahr-
scheinlich einige von deiner Mathematik noch
nicht richtig verstanden habe, weil aber insbesondere
der Formalismus noch nicht hinreichend durch-
sichtig ist. Was soll ich jetzt machen? Ich
kann versuchen, das Manuskript so zu verändern
u. zu ergänzen, dass es meinem Bestehen der
Dinge entspricht. Aber damit bist du vielleicht
nicht einverstanden. Oder ich kann mit weiter
Nachricht von dir warten. Gehe mir bitte von
Zuhause oder vom Schiff aus telegraphisch
(oder auch anders) Nachricht, was ich tun
soll.

Sonst gute Fahrt u. du und deiner Frau
viele herzliche Grüsse!

Dein V. Kienberg

~~$\psi_1^A = \psi_2^A$~~ $\psi_2^A = 0$

~~$\psi_1^B = 0$~~

$\psi_1^A \psi_2^A + \psi_3^A \psi_4^A = 0$

$= +\psi_3^A \psi_4^A + \psi_2^A \psi_1^A > 0$

$\eta^B = \psi_2^A \psi_1^B - \psi_1^A \psi_2^B \neq 1$

Also for Neutrino $\eta_+^B = R^B$ $\eta_-^B = A R'^B$