Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 06.01.1958
Stichworte: Vorschlag eines Formalismus für Paulis Operatoren in dessen Version der nichtlinearen Theorie der Elementarteilchen
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-172r
Meyenn-Nummer: 2826

Göttingen 6. 1. 58.

Vorläufig beantwortet 9. I.

Lieber Pauli!

Meinem gestrigen langen Brief will ich einen Kommentar anfügen, der unsere Verständigungsschwierigkeiten wenigstens zum Teil beseitigen soll.

Mit der gruppentheoretischen Seite Deiner Überlegungen bin ich jetzt völlig einverstanden, insbesondere damit, dass in der „grossen Welt" nur die Isogruppe (also Det = 1) zugelassen werden darf. Aber hinsichtlich des Formalismus bin ich mit Deinen Vorschlägen noch nicht recht zufrieden. Wahrscheinlich kann man ja viele Formalismen erfinden, die den gruppentheoretischen Sachverhalt abbilden, und wir müssen viel Sorgfalt darauf verwenden, einen möglichst einfachen u. durchsichtigen zu finden, um nicht in der Verwechslungskomödie hereinzufallen.

Ich möchte nun einen bestimmten Formalismus vorschlagen, der sich nicht unmittelbar an die indefinite Metrik anschliesst (die ist nocheinmal eine weitere Komplikation!), der mir aber recht durchsichtig scheint. Der sieht so aus:

Man stelle jeden Hilbertvektor statt wie bisher durch ket und bra (⟨Φ u. Φ⟩) durch <u>vier</u> gleich-berechtigte Symbole dar:

$$\begin{vmatrix} \langle\Phi & -\hat{\Phi}\rangle \\ \langle\hat{\Phi} & \Phi\rangle \end{vmatrix} \qquad (1)$$

Als Norm gelte die Determinante:

$$N = \langle\Phi|\Phi\rangle + \langle\hat{\Phi}|\hat{\Phi}\rangle \qquad (2)$$

(Das sieht also zunächst nach definiter Metrik aus). Dementsprechend führen wir zwei Arten der Konjugation für Operatoren ein (Deinem Brief entsprechend):

ψ^* heisse das ~~da~~ pseudohermitisch konjugierte zu ψ

$\hat{\psi}$ heisse das ^-konjugierte zu ψ.

Diesen Operationen entsprechen in der <u>unquantisierten</u> Welt das komplex-konjugierte $(^*)_c$ und ~~die~~ Deine Operation ~~γ_5~~ $\psi \to \gamma_5 \psi^{*c}$ (entspricht dem ^). Also gilt, Deinem Vorschlag entsprechend, $\hat{\hat{\psi}} = -\psi$. Auch die zweite Operation hat die Eigenschaft, dass das ^-konjugierte zu $a\psi$ (a sei eine komplexe Zahl) $a^*\hat{\psi}$ ist.

Ferner soll folgende Regel gelten: wenn ein neuer Zustand aus Φ durch Anwendung des Operators ψ hervorgehen soll – das würde in primitiver Schreibweise lauten:

$$\chi\rangle = \psi\Phi\rangle \;, - \qquad (3)$$

so soll es gemeint sein im Sinne der Multiplikation der Matrizen:

$$\begin{vmatrix} \langle\phi & -\hat{\phi}\rangle \\ \langle\hat{\phi} & \phi\rangle \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \psi & -\hat{\psi}^* \\ \hat{\psi} & \psi^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \langle\chi & -\hat{\chi}\rangle \\ \langle\hat{\chi} & \chi\rangle \end{vmatrix} \qquad (4)$$

Ferner die entscheidende Spielregel: Alle Zustände, die auseinander durch eine Transformation mit der Determinante 1 hervorgehen nach

$$\begin{vmatrix} \langle\phi & -\hat{\phi}\rangle \\ \langle\hat{\phi} & \phi\rangle \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \langle\phi' & -\hat{\phi}'\rangle \\ \langle\hat{\phi}' & \phi'\rangle \end{vmatrix} \qquad (5)$$

sind physikalisch identisch.

Die Norm von $\chi\rangle$ nach (4) ist einfach

$$N = \langle\phi|\,\psi^*\psi + \hat{\psi}^*\hat{\psi}\,|\phi\rangle + \langle\hat{\phi}|\,\psi^*\psi + \hat{\psi}^*\hat{\psi}\,|\hat{\phi}\rangle \,. \qquad (6)$$

Ausserdem muss man aus der ungequantisierten Theorie noch die Beziehungen übernehmen, die aus den Regeln der Ladungskonjugation folgen, z.B.

$$\hat{\psi}^*\hat{\psi} = -\psi^*\psi \,. \qquad (7)$$

(die Beziehung $\hat{\hat{\psi}}^*\hat{\hat{\psi}} = \psi^*\psi$ steht ja nicht in Widerspruch zu $\hat{\hat{\psi}} = -\psi$!).

Wenn Du mit diesem Formalismus einverstanden bist (ich nehme an, dass er Deinem irgendwie äquivalent ist), so scheint es mir hinreichend bequem, um damit zu rechnen, ohne dauernd Vorzeichenfehler zu machen.

Man braucht dann nur ~~a~~ noch die Aussagen über die Vakuumerwartungswerte der Produkte

$$\psi^*\psi\,,\quad \hat{\psi}^*\hat{\psi}\,,\quad \hat{\psi}^*\psi\,,\quad \hat{\psi}\psi^*\quad \text{u.s.w.}$$

mit den ~~drei~~ zwei Funktionen $a(s^2)$, $b(s^2)$; (ob es da gerade zwei gibt, weiss ich nicht genau, vielleicht ist doch nur eine Funktion frei [illegible]; aber das hast Du Dir doch schon überlegt?). Wenn ich diese Produkte hätte, könnte ich sofort die Eigenwerte für die Massen anschreiben, und die Gürsey'sche Aufteilung für die Eigenfunktionen herleiten. Die Tamm-Dancoffmethode sieht dabei sehr handlich aus.

Soviel für heute. Ich hoffe, wir können in der mündlichen Beratung schnell zu völliger Klarheit kommen. Viele Grüsse!

Dein W. Heisenberg