Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 09.12.1957
Stichworte: Lagrangefunktion, neuer antilinearer Operator, zwei Arten von Vakuum
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-1656r
Meyenn-Nummer: 2780

Göttingen 9. 12. 57.

Lieber Pauli!

Die Beantwortung Deiner mathematischen Fragen will ich noch etwas verschieben, da ich dazu noch meinen Feldverein konsultieren muss. Aber ich will Dir den versprochenen ausführlichen Bericht über meine Rechnungen schicken.

Ich gehe also aus von der Lagrangefunktion

$$\mathcal{L} = \psi^{+}\gamma_{\nu}\frac{\partial}{\partial x_{\nu}}\psi + l^{2}\left(\psi^{+}(1-\gamma_5)\psi\right)\left(\psi^{+}(1+\gamma_5)\psi\right), \qquad (1)$$

von der ich Dir in Zürich erzählt und damals in Genf vorgetragen habe.

Wenn man von der V. R. <u>absieht</u>, besteht Invarianz gegenüber den beiden Transformationen ($\psi^{+} = \psi^{*}\gamma_4$):

$$\psi \to e^{i\alpha}\psi\ ;\quad \psi^{*} \to e^{-i\alpha}\psi^{*}\ ;\quad \psi^{+} \to e^{-i\alpha}\psi^{+}. \quad a) \qquad (2)$$

$$\psi \to e^{i\alpha\gamma_5}\psi\ ;\quad \psi^{*} \to \psi^{*}e^{-i\alpha\gamma_5}\ ;\quad \psi^{+} \to \psi^{+}e^{+i\alpha\gamma_5} \quad b)$$

Wenn man die V. R. in der alten Form schreibt:

$$\frac{1}{2}S(p) = \int\left[\frac{p_\mu\gamma_\mu\cdot\kappa^4}{(p^2)^2(p^2+\kappa^2)} - \frac{i\kappa^3}{p^2(p^2+\kappa^2)}\right]\varrho(\kappa)\,d\kappa \qquad (3)$$

so erkennt man, dass (3) nur gegen 2a), aber nicht gegen 2b) invariant ist. Das Glied mit $i\kappa$, das sein Vorzeichen wechselt für $\kappa \to -\kappa$, zerstört die Invarianz$^{(2b)}$). Da ich bloß für die Definition der Theorie die V.R. nur in der unmittelbaren Umgebung von $x = x'$ brauche, will ich etwas abkürzend schreiben:

$$\{ \psi_\alpha(x), \psi^*_\beta(x') \} = a^{\alpha\beta}_{(x-x')} + b(x-x')\, V \cdot \gamma_4^{\alpha\beta} . \qquad (4)$$

Dabei ist für das Folgende nur wichtig, dass die Matrix $a^{\alpha\beta}$ mit γ_5 vertauschbar ist. V ist ~~die~~ eine „Vorzeichenfunktion", die mit dem Vorzeichen von κ in (3) verbunden ist, d.h. $V^2 = 1$; $V \to -V$, wenn $\kappa \to -\kappa$. a und b sind Funktionen von $x - x'$. $a(x-x')$ geht etwa wie $\gamma_4 \gamma_\nu (x_\nu - x'_\nu)$ gegen Null, wenn $x \to x'$, b verhält sich wie $\lg|(x_\nu - x'_\nu)^2|$.

Nun führe ich einen Operator O ein, der auf die Vektoren im Hilbertraum wirkt (nicht etwa auf die Spinindizes von ψ_α), mit folgenden Eigenschaften:

1.) Er soll „antilinear" sein – in einem ähnlichen Sinne wie der Operator, der bei der Zeitumkehr gebraucht wird – mit der speziellen „antilinearen" Eigenschaft

$$OV = -VO.$$

2.) Für die Vertauschung mit ψ wird gefordert (mit der Bezeichnung: $[A,B] = AB - BA$):

$$\left.\begin{array}{l} [O\psi^*_\alpha]\,\psi_\beta = 0; \quad \psi^*_\alpha [O\psi_\beta] = 0; \\ [O\psi_\alpha]\,\psi^*_\beta = O\, b\, V \gamma_4^{\alpha\beta}; \quad \psi_\alpha [O\psi^*_\beta] = O\, b\, V \gamma_4^{\alpha\beta} \end{array}\right\} (5)$$

.

Diese V.R. sind mit Gl. (4) verträglich und ich nehme für das folgende an, dass sie erfüllbar sind, ohne es im Augenblick beweisen zu können.

3.) Es soll $O^2 = 1$ sein.

Unter diesen Voraussetzungen kann man nachrechnen, dass $\mathcal{L}$ sowohl die Lagrangefunktion (1) als auch die V.R. (3) bzw. (4) invariant ist gegen die Transformation:

$$\psi \to e^{i\alpha\gamma_5 O}\psi \; ; \; \psi^* \to \psi^* e^{-i\alpha\gamma_5 O} \; ; \; \psi^+ \to \psi^+ e^{+i\alpha\gamma_5 O} \qquad (6\,a).$$

Der entsprechende Erhaltungssatz muss also <u>streng</u> gelten.

Neben der Transformation (6a) betrachte ich jetzt die beiden anderen

$$\psi \to e^{i\alpha\gamma_5 V}\psi \; ; \; \psi^* \to \psi^* e^{-i\alpha\gamma_5 V} \; ; \; \psi^+ \to \psi^+ e^{+i\alpha\gamma_5 V} \qquad 6\,b)$$

$$\psi \to e^{+\alpha O V}\psi \; ; \; \psi^* \to \psi^* e^{-\alpha O V} \; ; \; \psi^+ \to \psi^+ e^{-\alpha O V}. \qquad 6\,c)$$

Gegenüber diesen beiden Transformationen ist zwar $\mathcal{L}$ invariant, nicht aber die V.R. Die Störung kommt wieder nur von dem Glied $b V \gamma_4$ in der V.R. Da dieses Glied (nach der Arbeit von Ascoli u. mir) verantwortlich ist für die elektromagnetischen Effekte, kann man es als „von elektromagnetischen Grössenordnung" ansehen, und nicht daraus, dass für die <u>starken</u> Wechselwirkungen auch (6b) und (6c) als gültig angesehen werden können, nicht aber für die elektromagnetischen. In anderen Worten: die drei Transformationen 6a – c entsprechen der Isobarenspin – Gruppe:

$$\gamma_5 \, O \longleftrightarrow \tau_3$$
$$\gamma_5 \, V \longleftrightarrow \tau_1 \qquad (7)$$
$$-i \, O V \longleftrightarrow \tau_2 \, .$$

Der Isobarenspin ist also in der einfachen Grundgleichung (1) schon von selbst enthalten!!

Ein entscheidender Punkt dieser Darstellung des Isospins ist, dass O nicht auf einen neuen Index von ψ wirkt, sondern auf die Hilbertvektoren. Dadurch ist die Gefahr vermieden, dass Teilchen mit halbzahligem Spin auch halbzahligen Isospin haben müssten, was bekanntlich nicht zutrifft. Es gibt jetzt zu halbzahligem Spin halb- oder ganzzahligen Isospin; alle Transformationseigenschaften sind möglich. Allerdings wird es für die Darstellung solcher Teilchen wie Λ_0 oder Σ_0 wichtig sein, dass man zur Darstellung

mit Gliedern vom Typus $\psi^*|\Omega\rangle$ allein nicht aus-
kommt, sondern auch noch solche vom Typus
$\psi\psi^*\psi^*|\Omega\rangle$ u.s.w. braucht. Nur für Teilchen
der Strangeness ~~E~~ Null wird die Symmetrieeigenschaft
schon aus dem Glied $\psi^*|\Omega\rangle$ zu erkennen sein
(obwohl die höheren Glieder natürlich auch vorhanden
sind).

Über die Symmetrieeigenschaft der Nukleonen-
wellenfunktionen habe ich schon eine bestimmte
Vermutung. Den Hauptanteil des Zustandsvektors will
ich

$$|\Phi\rangle = \psi^*_\alpha v_\alpha |\Omega\rangle \qquad (8)$$

schreiben. v_α soll aber nicht die übliche Lösung
einer Diracgleichung sein. Wenn ich die übliche
Lösung vielleicht u_α nenne, kommen folgende
Bildungen in Betracht

$$v = \left(\frac{1+\gamma_5}{2} \pm V \frac{1-\gamma_5}{2}\right) u \qquad a)$$

$$v = \left(\frac{1+\gamma_5}{2} V \pm 0 \, \frac{1-\gamma_5}{2}\right) u \qquad b)$$

$$\cancel{v = \left(\frac{1+\gamma_5}{2} \pm iV \frac{1-\gamma_5}{2}\right) u \qquad c)}$$

Wenn man die elektromagnetischen Wechselwirkungen
vernachlässigt, d.h. das e-Glied in (4) streicht,

so haben alle Eigenfunktionen die gleichen Eigenwerte, wobei zwischen den Massenwerten $+\kappa$ und $-\kappa$ nicht unterschieden wird (bei Summation über die Zwischenzustände in der V.R. tritt natürlich auch $+\kappa$ und $-\kappa$ mit dem gleichen Gewicht auf).

Berechnet man nun die Massen genauer, so muss man beachten, dass in L und in der V.R. O überhaupt nicht vorkommt, V nur in den elektromagnetischen Gliedern. Die Massen von (9a) einerseits, (9b ~~u.s.w.~~) andererseits unterscheiden sich also um elektromagnetische Beträge.

Berechnet man die zugehörige Ladung, so ist das einzig Wichtige, dass der für die elektromagnetische Wechselwirkung massgebende Operator (Gl. (15) in der Arbeit von Ascoli u. mir) den Faktor V enthält.* Die Ladung wird also (bis auf konstante Faktoren)

$$(10) \qquad Q = w^* \varphi V w = \begin{cases} u^* u \cdot V & \text{für (9a)} \\ 0 & \text{für (9b ~~u.s.w.~~)} \end{cases}$$

Also stellt 9a) das Proton, 9b) ~~u.s.w.~~ das Neutron dar. Also auch die Unsymmetrie der Ladungen im Dublett der Nukleonen kommt richtig heraus!

* und dass im zugehörigen Graphen der Übergang $1+\gamma_5 \leftrightarrow 1+\gamma_5$ mit dem gleichen Koeffizienten erscheint, wie der Übergang $1-\gamma_5 \leftrightarrow 1-\gamma_5$, während Übergänge $1+\gamma_5 \leftrightarrow 1-\gamma_5$ nicht vorkommen!

Weiter habe ich die Sache noch nicht verfolgt. Ich will mir jetzt vor allem die Wellenfunktionen ansehen, die dem Λ_0-Teilchen entsprechen. Aber dazu braucht man die Glieder der Form $\psi\psi^*\psi^*|\Omega\rangle$ und das ist etwas mühsam.

Wenn ich keine Rechenfehler gemacht habe, scheint mir der einzige kritische Punkt der Überlegungen die V. R. (5). Einen Beweis dafür, dass sie sich erfüllen lassen, habe ich einstweilen nicht. Ich sehe aber auch keinen Grund, warum sie es nicht sollten (besonders in einer indefiniten Metrik!). Sonst spielt die indefinite Metrik in diesen ganzen Überlegungen nur auf dem Umweg über die Elektrodynamik eine Rolle. Du verstehst deshalb, warum mir der Geisterdipol wichtig ist. Also ich bin auf Deine Meinung sehr gespannt.

Viele Grüsse!

Dein W. Heisenberg

P.S. Das ganze Verfahren läuft auf folgende Konstruktion hinaus: Es werden zwei Sorten von Vakuum eingeführt, die durch

$$O|\Omega_1\rangle = |\Omega_1\rangle \quad \text{und} \qquad \text{a)}$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 11)$$
$$O|\Omega_2\rangle = -|\Omega_2\rangle \qquad \text{b)}$$

charakterisiert werden können. Der Ladungsoperator V bewirkt Übergänge vom einen zum anderen. Da aber in allen physikalischen Grössen ~~K~~ die Ladung nur quadratisch vorkommt, bilden sich aus den beiden Vakua zwei exakt nichtkombinierende Termsysteme.