Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 13.09.1957
Stichworte: Ergänzung zur Lee Modell Arbeit (Nuclear Physics 4 (1957) 532)
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-16535r
Meyenn-Nummer: 2698

Göttingen 13.9.57.

Lieber Pauli!

Mit der gleichen Post bekommst Du die Kopie einer kurzen Note über Tamm-Dancoff-Methode u. Lee-Modell. Ich hab sie Dir damals in Zürich in einem handgeschriebenen Manuskript gezeigt, und seitdem hat sich fast nichts an ihr geändert. Also enthält sie für Dich nichts Neues.

Sonst bin ich nur an einer Stelle wesentlich weitergekommen, und das wird Dich vielleicht interessieren. Es hat sich herausgestellt, daß es in den Sektoren der Form $\begin{pmatrix} N + z\,\theta \\ V + (z-1)\,\theta \end{pmatrix}$ diskrete (stationäre Zustände des Hilbert-Raums I überhaupt nicht gibt (von den trivialen: N und θ abgesehen). Der Beweis ist so einfach, daß ich ihn hier vorrechnen kann. Man geht aus von Gl (122) der Lee-Modell-Arbeit:

$$\varphi(k_1 \ldots k_{z-1})\, h^+\Big(E - \sum_1^{z-1} \omega_i\Big) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^3k_z}{\sqrt{2\omega_z}\,\big(E - \sum_1^{z} \omega_i + i\varepsilon\big)} \sum_{l=1}^{z-1} \frac{\varphi(k_1 \ldots k_{l-1}\, k_{l+1}\, k_z)}{\sqrt{2\omega_l}} - \varphi_{0i}(k_1 \ldots k_{z-1}) \qquad (1)$$

In einem diskreten Zustand des H.R. I gilt

$$E_0 + (z-1)\, m_\theta \leq E < z \cdot m_\theta . \qquad (2)$$

Daher kann $i\varepsilon$ im Nenner weggelassen werden, ausserdem verschwindet das inhomogene Glied φ_{0i}; ferner kann $h^+(E-\sum_1^{z-1}\omega_i)$ durch $h(E-\Sigma\omega_i)$ ersetzt werden. Aus (1) wird:

$$\varphi(k_1\cdots k_{z-1})\cdot h\left(E-\sum_1^{z-1}\omega_i\right) = -\frac{1}{4\pi}\int\frac{d^3k_z}{\sqrt{2\omega_z}\left(\sum_1^z\omega_i - E\right)}\sum_{l=1}^{z-1}\frac{\varphi(k_1\cdots k_{l-1}\,k_{l+1}\,k_z)}{\sqrt{2\omega_l}} \qquad (3)$$

Multipliziert man ~~φ~~ Gl. (3) mit $\varphi^*(k_1\cdots k_{z-1})$, ersetzt auf der rechten Seite $\frac{1}{\sum_1^z\omega_i - E}$ durch

$$\frac{1}{\sum_1^z\omega_i - E} = \int_0^\infty d\alpha\, e^{-\alpha\left(\sum_1^z\omega_i - E\right)}, \qquad (4)$$

~~so~~ und integriert über $dk_1\cdots dk_{z-1}$, so entsteht aus (3)

$$\int d^3k_1\cdots d^3k_{z-1}\,\overbrace{|\varphi(k_1\cdots k_{z-1})|^2}^{h(E-\sum_1^{z-1}\omega_i)} = -\frac{1}{4\pi}\sum_{l=1}^{z-1}\int d\alpha\int d^3k_1\cdots d^3k_{l-1}\,d^3k_{l+1}\cdots d^3k_{z-1}\, e^{\alpha\left(E-\sum_1^{l-1}\omega_i-\sum_{l+1}^{z-1}\omega_i\right)}\cdot|\chi_l|^2 \qquad (5)$$

wobei

$$\chi_l = \int\frac{d^3k_l}{\sqrt{2\omega_l}}\,e^{-\alpha\omega_l}\,\varphi(k_1\cdots k_{z-1}). \qquad (6)$$

Die linke Seite von (5) ist stets positiv, die rechte stets negativ; also enthält (5) einen Widerspruch, d.h. es kann keinen diskreten stationären Zustand geben.

Es sieht zunächst so aus, als gelte dieser Beweis auch für den H.R. II. Dies trifft aber jedenfalls nicht in einfacher Weise zu. Im H.R. I wird die Integrale in (5) und (6) endlich, da ~~E~~ $\varphi(k_1\cdots k_{z-1})$

nur einen einfachen Pol an der Stelle $E - \sum_i \omega_i = E_0$ hat. Im H. R. II aber hat φ dort einen Pol 2. Ordnung, die Integrale <u>divergieren</u> also im limes $\gamma \to 0$. Vielleicht könnte man den Beweis auch im H. R. II durch geschickte Umformung der divergenten Integrale führen; aber ich habe diese Frage nicht weiter verfolgt.

Jedenfalls können also jetzt an der Unitarität der S-Matrix in allen Sektoren $\begin{pmatrix} N + z\,\theta \\ V + (z-1)\,\theta \end{pmatrix}$ keine Zweifel mehr bestehen. Aber für die Frage der gebundenen Zustände bietet das Lee-Modell in diesen Sektoren auch kein Analogon mehr zum Spinor-Modell. Ich will jetzt einen Sektorwandler an die anderen Sektoren (z. B. $N + V$) setzen, wobei zunächst eine kinetische Energie der schweren Teilchen eingeführt werden muss. Dann wird es wohl gebundene Zustände geben.

Ich hoffe Dich in zehn Tagen in Venedig zu treffen. Bis dahin alles Gute!

Dein W. Heisenberg

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

CONVEGNO INTERNAZIONALE SUI MESONI E PARTICELLE RECENTEMENTE SCOPERTE
E
XLIII CONGRESSO NAZIONALE DI FISICA

VENEZIA - PADOVA, 22 - 28 SETTEMBRE 1957

Beweis für die Nichtexistenz diskreter stationärer Zustände im Hilbert-Raum I.

Für die Wellenfunktionen muss gelten: (Gl. 122 der Arbeit)

$$\varphi(k_1 \ldots k_{\nu-1})\, h^+\Big(E - \sum_1^{\nu-1} \omega_i\Big) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dk_\nu}{\sqrt{2\omega_\nu}\,\big(\sum_1^{\nu} \omega_i - E - i\gamma\big)} \sum_{l=1}^{\nu-1} \frac{\varphi(k_1 \ldots k_{l-1}\, k_{l+1} \ldots k_\nu)}{\sqrt{2\omega_l}} .$$

Für Zustände im H.R. I muss gelten

$$E_0 + (\nu-1)\, m_\theta \leq E < \nu\, m_\theta .$$ E muss reell sein.

Dann kann man ~~[illegible]~~ $i\gamma$ weglassen, und setzen

$$\frac{1}{\sum_1^{\nu} \omega_i - E} = \int d\alpha\, e^{-\alpha\left(\sum_1^{\nu} \omega_i - E\right)} .$$

Ferner kann man h^+ durch h ersetzen. Multipliziert man die erste Gleichung mit $\varphi^*(k_1 \ldots k_{z-1})$ und integriert über $dk_1 \ldots dk_{z-1}$, so ergibt sich:

$$\int dk_1 \ldots dk_{z-1} \, |\varphi(k_1 \ldots k_{z-1})|^2 \, h\Big(E - \sum_1^{z-1} \omega_i\Big) = \cancel{\frac{1}{4\pi}\int dk_1 \ldots dk}$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\int d\alpha \, e^{\alpha E} \sum_{l=1}^{z-1} \int dk_1 \ldots dk_{l-1} \ldots dk_{l+1} \ldots dk_{z-1} \, e^{-\alpha\left(\sum_1^{l-1}\omega_i + \sum_{l+1}^{z-1}\omega_i\right)} \cdot |X^2| \, ,$$

wobei

$$X = \int dk_l \, e^{-\alpha\omega_l} \frac{1}{\sqrt{2\omega_l}} \varphi(k_1 \ldots k_{z-1}) \, .$$

Die linke Seite ist stets positiv, der rechte stets negativ. Also ein Widerspruch, also kann es keine [illegible] stationäre Zustände in H.R.I geben.