

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 26.12.1956

Stichworte: Vergleich von Heisenbergs Feldtheorie mit Leemodell nach Källen, Pauli in Mat. Fys. Meddelser 30 (1955) 3

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-151r

Meyenn-Nummer: 2423

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Göttingen 26. 12. 56.

-1-

PLC 0017, 151 r

Merkelstr. 18

NACHLASS
PROF. W. PAULI

1/518

Lieber Pauli!

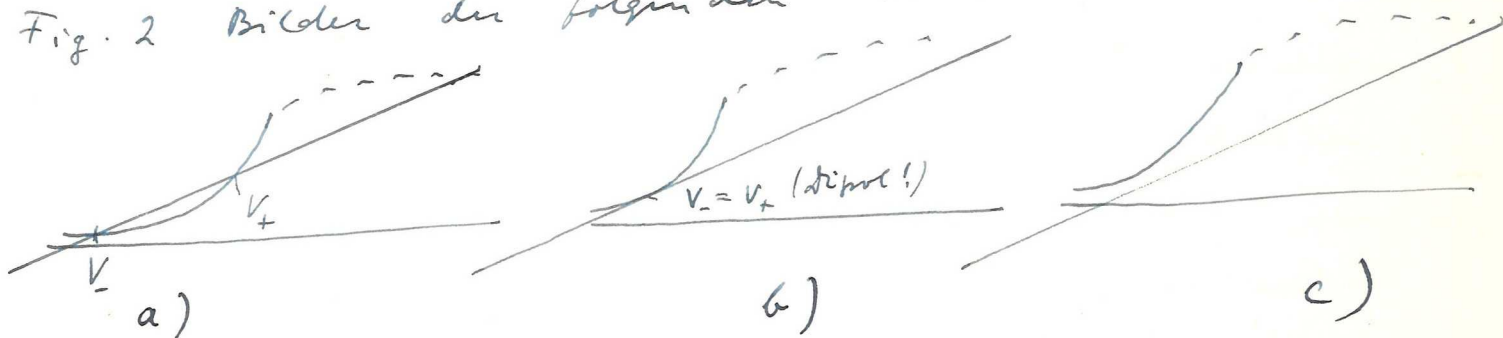
In meinem letzten Brief an dich hatte ich dir eine Frage in Bezug auf die Arbeit von Källen und Källén gestellt. Obwohl ich deine Meinung dazu noch nicht weiß, möchte ich dir die Begründung einige Überlegungen skizzieren, die das Lee-Modell in viel engerer Beziehung zu meinen eigenen Arbeiten bringen.

Die Eigenwertgl. (6d) oder (9) bei Källen u. Källen soll ich in der Form

$$\chi(z) = \frac{1}{g_0^2} (z - m_0) + \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k^2 dk}{\omega - z} = 0 \quad (1)$$

schreiben. Dabei ist $m_0 = m_V - m_N$, $z = E_n - m_N$, $f(\omega) = 1$ gesetzt, später wird der Grenzübergang $\mu \rightarrow \infty$ vollzogen. Stellt man diese Gleichung nach χ für die Fig. 2 bei G.-K. dar, überschreitet aber den kritischen Wert der Kopplungs-
konstante, so wird g_0^2 negativ und man erhält statt

Fig. 2 Bilder der folgenden Art:



der Fall a) entspricht dem von Källen's Arbeit: es gibt ein normales Teilchen V_+ und ein Geister Teilchen V_- .

Im Fall b) rücken die Massen der beiden Teilchen zusammen und man erhält den Geisterdipol, den ich in meinem Artikel verwende; im Fall c) gibt es keine reellen, wohl aber zwei komplexen diskreten Eigenwerte.

Nun betrachte man den Übergang

$$N + 2\Theta \longrightarrow \begin{cases} N + 2\Theta \\ V_+ + \Theta \\ V_- + \Theta \end{cases}$$

Im Falle a) ist die S-Matrix nicht unitär, wie wir gezeigt habe. Im Falle c) ist sie sicher unitär, da nach dem Energiesatz der Übergang in $V + \Theta$ unmöglich ist; denn die Energie von $N + 2\Theta$ ist reell, die von $V + \Theta$ hat einen komplexen Anteil. Nähert man sich dem Falle b) von c) aus, so erkennt man, dass auch hier die S-Matrix noch unitär ist. Nähert man sich dem Falle b) von a) aus, so kommt die Unitarität dadurch zustande, dass sich die $\mp$ zu V_+ u. V_- gehörigen Beiträge an der Stelle b) kompensieren; d.h. es vollzieht sich der Geisterübergang, den ich in meinem früheren Artikel beschrieben habe.

Nun möchte ich zunächst zeigen, dass die beschriebenen drei Fälle a), b) u. c) auch im eines der Punktsquellenmodells ($U \rightarrow \infty$) verwirklicht werden können. Zu diesem Zweck schreibt man:

$$(z - \mu) + z(\omega - \mu) + z^2 - \omega^2$$

- 3 -

0017, 151

NACHLASS

1/5-19

PROF. V. PAULI

$$\chi(z) = \frac{1}{g_0^2} (z - m_0) + \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{\omega} + \frac{z}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{\omega^2} + \frac{z^2}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{\omega^2(\omega - z)} \quad (2)$$

Im letzten Integral kann man den Grenzübergang $z \rightarrow \infty$ gleich vollziehen und erhält eine Funktion, die in hohem Anhang ausgerechnet ist und in guter Bezeichnung $\frac{k(z) - z}{4\pi^2 g}$ lautet. Ich will diese Funktion $g(z) = \frac{k(z) - z}{4\pi^2 g}$ nennen.

Dann kann man

$$\chi(z) = \alpha + \beta z + g(z) \quad (3)$$

setzen und versuchen, ob man α und β so wählen kann, dass der Fall b) verwirklicht wird. Setzt man im Anschluss an die Gleichung (A.13) hines ein

$$-z = \lambda > \mu, \quad \text{so gilt}$$

$$\chi(-\lambda) = \alpha - \lambda\beta + \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{\mu\pi}{2} - \lambda + \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} \lg \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \mu^2}}{\mu} \right] \quad (4)$$

Schiebt man (nur zur Bequemlichkeit der Rechnung) den Quasidipol auf einen Wert $\lambda_0 \gg \mu$, so wird dort ($\lambda \gg \mu$):

$$\chi(-\lambda) \approx \alpha - \lambda\beta + \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{\mu\pi}{2} + \lambda \left(\lg \frac{2\lambda}{\mu} - 1 \right) \right] \quad (5)$$

man ~~erwartet~~ erfüllt die Forderungen $\chi(-\lambda_0) = 0$ u. $\chi'(-\lambda_0) = 0$

durch

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\lambda_0 - \frac{\pi}{2} \mu \right) \\ \beta &= \frac{1}{4\pi^2} \lg \frac{2\lambda_0}{\mu} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Mit m_0 und g_0 hängen α u. β durch die Gleichungen

$$\alpha = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{\omega} - \frac{m_0}{g_0^2}, \quad \beta = \frac{1}{g_0^2} + \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{\omega^2} \quad (7)$$

zusammen.

Nun kann man noch die Renormierung und die V.R. kontrollieren. Offensichtlich ist im Falle b) die Renormierung durch Ihre Gleichung $\langle 0 | \psi_V'(\nu) | V \rangle = 1$ nicht vernünftig. Zweckmäßiger scheint mir hier die Forderung ~~$\frac{1}{N^2}$~~ oder 1

$$\sum_{\Phi \text{ Kontinuum}} \langle 0 | \psi_V'(\nu) | \Phi \rangle \langle \Phi | \psi_V'^*(\nu) | 0 \rangle = 1 \quad (8)$$

wobei die Summation eigentlich ein Integral bedeutet u. über alle Zustände $(N + \Theta \text{ mit})$ $\mathbb{R} \geq \mu$, also das Kontinuum auszufüllen ist. d.h. es sollen die Zustände des Kontinuums (die hier den Hilbertraum $\mathbb{I}$ repräsentieren) für sich den normalen Beitrag zur V.R. liefern (wie in meiner Theorie).

Gl. (8) kann man ^(im Fall a) auch durch die andere, äquivalente Gl. ersetzen:

$$\langle 0 | \psi_V' | V_+ \rangle \langle V_+ | \psi_V'^* | 0 \rangle + \langle 0 | \psi_V' | V_- \rangle \langle V_- | \psi_V'^* | 0 \rangle = -1 \quad (9)$$

ersetzen. (vor der Renormierung werden die einzelnen Terme unendlich, geben aber zusammen ^(wegen der unrenormierten V.R.) etwas Endliches).

Allgemein ist für einen diskreten Eigenwert $\mathbb{Z} = \omega_E$ ^(vor der Renormierung) (10)

$$\langle 0 | \psi_V | \omega_E \rangle \langle \omega_E | \psi_V^* | 0 \rangle = \frac{1}{1 + \frac{g_0^2}{4\pi^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{k d\omega}{(\omega - \omega_E)^2}} = \frac{1}{g_0^2 \chi'(\omega_E)}$$

Völlig vermeiden das man χ'

Also folgt als Normierungsgleichung

$$\frac{1}{g_0^2} \left(\frac{1}{\chi'(V_+)} + \frac{1}{\chi'(V_-)} \right) = -N^2 \quad (11)$$

Im Grenzfall b) des Quadrupols wird daraus

$$N^2 = - \frac{8\pi}{3g_0^2} \quad (12)$$

oder auch:

hier ist positiv für $g_0^2 > 0$ $\frac{8\pi}{3g_0^2} = 2$ (mit Faktor $\frac{1}{2}$)
 jedoch (10) leicht korrigieren können wenn $\mu \rightarrow 0$

Im Grenzfalle $U \rightarrow \infty$ (d.h. Punktzellenmodell)
folgt für die V.R. daher

$$\{\psi_V'^*(p, t), \psi_V'(p', t)\} = -\frac{3g_0^2}{8\pi} \delta_{p,p'} = 0 \quad (13)$$

begegnen sich die V.R. für verschiedene Zeiten nicht $= 0$:

$$\{\psi_V'^*(p, t), \psi_V'(p, t')\} \neq 0 \text{ für } t \neq t', \quad (14)$$

da sich für $t \neq t'$ die Beiträge des Kontinuums
nicht mehr gegen die des Geisterdipols kompensieren.
Der Geisterdipol spielt also in der V.R. genau die
gleiche Rolle wie in meiner Theorie; er sorgt für
Verbreiterbarkeit an der Stelle $t = t'$, ohne aber in der
S-Matrix in Erscheinung zu treten.

Der Fall b) mit $U \rightarrow \infty$ scheint mir also in allen
Einzelheiten den Annahmen meiner Abhandlung zu entsprechen.
Ich möchte daraus ableiten, dass man jedenfalls keine
Bedenken mehr gegen die grundsätzliche Widerspruchsfrei-
heit einer derartigen Mathematik zu haben braucht.
Die S-Matrix ist unitär und die Tamm-Dancoffmethode
kann (eventuell nach Verbesserungen à la Bethe u.
Leland oder Kaki) konvergieren. Dagegen kann man
immer noch fragen, ob die Abweichungen von der
lokalen Kausalität, die sicher vorliegen, nicht zu

radikal wird. Ich glaube, dass nichts Schlimmeres
passieren wird als eben die Kräfte langer Reichweite;
aber hier fehlen wohl noch die Beweise, und vielleicht
kann man auch mit dem Lee-Modell in dieser Frage
noch weiter kommen. Jedenfalls vollen Raag, der aus
Lee-Modell gearbeitet hat, und ich noch etwas an der
Kandidatsfrage herumzirkeln.

Aber schreib mal, was Du zu alledem meinst.
Mit vielen herzlichen Grüßen für ein gutes neues
Jahr
Dein W. Keisenberg