Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 19.06.1955
Stichworte: Alternativer Beweis für das Verschwinden der Übergänge in Geister-Lösungen mit dem Formalismus des Lee-Modells
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-149r
Meyenn-Nummer: 2110

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.
Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016
Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

PLC 0017, 149 r

Göttingen 19. 6. 55.

NACHLASS
PROF. W. PAULI 1/550

Lieber Pauli!

Du hattest mir in Pisa die Übungsaufgabe gestellt, das Verschwinden der Übergänge in die „Dipolgeist"-Zustände auch durch Grenzübergang vom Lee-Modell her zu beweisen. Die Rechnungen werden etwas mühsam, aber ich will sie hier skizzieren.

Ich denke an folgenden Vorgang: Ein Teilchen 1 werde an einem Kraftzentrum gestreut und kann sich dabei in die beiden Teilchen 2 und 3 verwandeln:

$$1 \longrightarrow 2 + 3.$$

Neben dem Teilchen 3 gibt es noch ein Teilchen 3', dessen Masse von der von 3 nur um den Betrag ε verschieden ist $(\kappa' = \kappa + \varepsilon)$ und das auch sonst die gleichen Eigenschaften hat wie 3, nur kommt in seiner Metrik der Faktor j $(j^2 = -1)$ vor, der beim Übergang zum hermitisch konjugierten nicht mittransformiert wird.

$$1 \longrightarrow 2 + 3'.$$

Schließlich soll auch 2 ~~und~~ 3 bzw. 3' gestreut werden können

$$2 + 3 \longleftrightarrow 2 + 3$$
$$2 + 3' \longleftrightarrow 2 + 3'.$$

Betrachten wir zunächst den Vorgang

$$1 \longrightarrow 2 + 3.$$

Die einlaufende Welle ist $e^{i(\mathfrak{p} r_1 - Et)}$, wobei $\mathfrak{p}$ bzw. E Gesamtimpuls bzw. -Energie bedeuten. Die auslaufende ist:

$\cancel{e^{-i(e_2+e_3)t}\int dy_2\,dy_3}$ ($g(y_2 y_3)$ ist die Streufunktion)

$$\Psi_{ansl.} = \int dy_2\, dy_3\, g(y_2, y_3)\, \delta_+(E-e_2-e_3)\, \delta(p-y_2-y_3)\, e^{i[y_2 x_2 + y_3 x_3 - (e_2+e_3)t]} \qquad (1)$$

Da wir uns nur für endliche Zeiten interessieren wollen $(t<T)$, bilden wir ein Wellenpaket, dessen energetische Breite dann $> \frac{1}{T}$ sein muss, fangen also mit einem Wellenpaket

$$\int dp\, f(p)\, e^{i(p x_1 - E(p)t)}$$

an. – Die zu dem Teilchen 3' gehörige Streuwelle unterscheidet sich von dem Ausdruck (1) in folgender Weise: Die Masse (also der Zusammenhang zwischen e_3 und y_3) unterscheidet sich von der des Teilchens 3 ~~mit~~ um den Betrag ε. Auch $g'(y_2^*, y_3^*)$ kann sich von $g(y_2 y_3)$ um Grössen der Ordnung ε unterscheiden. Schliesslich steht als Faktor vor der Streuwelle der Ausdruck ij, der +1 oder −1 sein kann. D.h.

$$\Psi_{ansl}(3') = ij \int dy_2\, dy_3^*\, g'(y_2 y_3)\, \delta_+(E-e_2-e_3')\, \delta(p-y_2-y_3)\, e^{i[y_2 x_2 + y_3 x_3' - (e_2+e_3')t]}$$

$$\Psi^+_{ansl}(3') = -ij \int dy_2\, dy_3\, g'^+(y_2 y_3) \quad \text{''} \qquad \text{''} \quad e^{-i[\,\text{''} \qquad \text{''}\,]} \qquad (2)$$

Wir nehmen keine gegenseitige Beeinflussung der beiden Streuwellen an, können sie also einfach superponieren. Interessiert man sich speziell für den Teil des Gesamtraumes, in dem $x_3 = x_3'$ ist, so kann man die beiden Streuwellen addieren. Man erkennt, dass sich für $j=+i$ die beiden Streuwellen in ψ gerade kompensieren, aber in ψ^+ addieren; für $j=-i$ ist es gerade umgekehrt.

NACHLASS PROF. W. PAULI 1/551 0017,149

Für $v_3 = v_3'$ erhält man also, nachdem man das Wellenpaket gebildet hat und außerdem $\varepsilon \ll \frac{1}{T}$ vorausgesetzt hat, im Falle $j = +i$ (in niedrigster Näherung in ε):

$$\psi_{\text{ausl}}(3) = \int dP\, f(P) \int dy_2\, dy_3 \left(-\varepsilon \frac{d}{d\varepsilon}\right) \delta_+(E - e_2 - e_3)\,\delta(P - y_2 - y_3)\, e^{i[y_2 v_2 + y_3 v_3 - (e_2 + e_3^{\varepsilon})t]}$$

$$\psi^+_{\text{ausl}}(3) = 2\int dP\, f(P) \int dy_2\, dy_3 \cdot \delta_+(E - e_2 - e_3)\,\delta(P - y_2 - y_3)\, e^{i[y_2 v_2 + \dots]} \qquad (3)$$

+ Glieder d. Ordnung ε.

Als zweites betrachten wir den Prozess

$$2 + 3 \longleftrightarrow 2 + 3$$

Die einlaufende Welle sei etwa

$$\int dy_2\, dy_3\, g_e(y_2 y_3)\, \delta_-(E - e_2 - e_3)\,\delta(P - y_2 - y_3)\, e^{i[y_2 v_2 + y_3 v_3 - (e_2 + e_3)t]},$$

die ausl. $\int dy_2\, dy_3\, g_a(y_2 y_3)\, \delta_+(\quad " \quad) \quad " \quad " \qquad (4).$

Schreibt man die entsprechenden Formeln für 3' auf und faßt beide Streuwellen wieder für $v_3 = v_3'$ zusammen, so erhält man (die Wellenpaketbildung schreibe ich nicht ausdrücklich)

$$\psi_{\text{einl}}(v_2 v_3) = -\varepsilon \frac{d}{d\varepsilon} \int dy_2\, dy_3\, g_e(y_2 y_3)\, \delta_-(E - e_2 - e_3^{\varepsilon})\,\delta(P - y_2 - y_3)\, e^{i\dots}$$

$$\psi^+_{\text{einl}}(v_2 v_3) = \int dy_2\, dy_3\, g^+_e(y_2 y_3)\, \delta_-(\quad " \quad) \quad " \quad e^{-i[\dots]}$$

$$\psi_{\text{ausl}}(v_2 v_3) = -\varepsilon \frac{d}{d\varepsilon} \int dy_2\, dy_3\, g_a(y_2 y_3)\, \delta_+(\qquad) \quad \dots \qquad (5)$$

$$\psi^+_{\text{ausl}}(v_2 v_3) \qquad \int dy_2\, dy_3\, g^+_a(y_2 y_3)\, \delta_+(\qquad) \quad \dots$$

Bis hierher ist von Dipolgeistern eigentlich noch nicht die Rede. Im Commutator stehen die beiden Ausdrücke

$$S(p) = \frac{p_i \gamma_i + i\kappa}{p^2 + \kappa^2} - \frac{p_i \gamma_i + i(\kappa + \varepsilon)}{p^2 + (\kappa + \varepsilon)^2} + \dots, \qquad (6)$$

die man anschaulich deuten kann als Entstehen + Verschwinden eines Teilchens 3 bzw. als Entstehen + Verschwinden eines Teilchens 3'.

Von jetzt ab wollen wir aber den Begriff „Dipolgeist" einführen, dessen Eigenfunktion in dem (der obenen Welle entsprechenden) einfachsten Fall gegeben ist durch

$$\psi(3) = -\frac{d}{d\varepsilon} e^{i(y_3 v_3 - e_3^{\varepsilon} t)}\Big|_{(\varepsilon=0)} ; \quad \psi^+(3) = e^{-i(y_3 v_3 - e_3 t)}\Big|_{(\varepsilon=0)} \qquad (7)$$

Daneben gibt es noch Dipolgeister der zweiten Sorte:

$$\psi(3) = e^{i(y_3 v_3 - e_3 t)}\Big|_{(\varepsilon=0)} ; \quad \psi^+(3) = -\frac{d}{d\varepsilon} e^{-i(y_3 v_3 - e_3^{\varepsilon} t)}\Big|_{(\varepsilon=0)} .$$

Eine der beiden Funktionen enthält also stets den Faktor t.

Es ist hier nicht unwichtig, daran zu denken, dass in den ψ-Funktionen eines Eigenzustandes eine Phase willkürlich ist. Man kann also zu ψ eine Phase $e^{i\alpha}$, zu ψ^+ $e^{-i\alpha}$ hinzufügen. Da nun α noch die Grösse j enthalten kann, bedeutet dies, dass in ψ ein beliebiger komplexer Faktor willkürlich ist, ~~wenn nur~~ wobei dann in ψ^+ das reziproke dieses Faktors stehen muss.

Durch die Einführung des Begriffs „Dipolgeist" ändert sich an den Formeln (1) bis (5) nichts; wohl aber ändert sich (6), da im Commutator jetzt ein Glied stehen muss: „Entstehen u. Verschwinden eines Dipolgeistes", das die beiden anderen ersetzen muss. An die Stelle von (6) tritt also

$$\cancel{S(p)}\ S(p) = \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{p_\nu\gamma_\nu + i\kappa}{p^2+\kappa^2} - \frac{p_\nu\gamma_\nu + i(\kappa+\varepsilon)}{p^2+(\kappa+\varepsilon)^2}\right]_{\varepsilon\to 0} + \dots$$

Ist das möglich, ohne (1) bis (5) zu ändern?

NACHLASS PROF. W. PAULI 1/552 0017,149

Man kann nun die S-Matrix-Elemente für den Prozess

$$1 \longrightarrow 2 + \binom{3}{3'}$$

aus (3) und für den Prozess

$$2 + \binom{3}{3'} \longleftrightarrow 2 + \binom{3}{3'}$$

aus (5) entnehmen.

Man erkennt, dass die Amplitude der S-Matrix für den Prozess $1 \longrightarrow 2 + \binom{3}{3'}$ den Faktor $\sqrt{\varepsilon}$ enthält, dagegen für $2 + \binom{3}{3'} \longleftrightarrow 2 + \binom{3}{3'}$ von ε unabhängig wird. Denn ~~ist~~ in der ersten Zeile von (3) steht der Faktor ε, in der zweiten nicht. Man führt also in (7) zunächst einen Phasenfaktor $e^{i\alpha} = \sqrt{\varepsilon}$ ein, dann erhält man aus

$$\psi(3) = -\sqrt{\varepsilon}\,\frac{d}{d\varepsilon}\, e^{i(\varphi_3 v_3 - e_3^{\varepsilon} t)} \quad ; \quad \psi^{+}(3) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\, e^{i(\varphi_3 v_3 - e_3 t)}$$

mit einer zu $\sqrt{\varepsilon}$ proportionalen S-Amplitude den Ausdruck (3).

Beim Prozess $2 + \binom{3}{3'} \longleftrightarrow 2 + \binom{3}{3'}$ steht der Faktor $\sqrt{\varepsilon}$ auf beiden Seiten, d.h. bei der auslaufenden ebenso wie bei der einlaufenden Welle, daher ist das S-Matrixelement von ε unabhängig.

Im Limes $\varepsilon \to 0$ <u>verschwinden</u> also die Übergangselemente der S-Matrix für den Prozess

$$1 \longrightarrow 2 + \binom{3}{3'} \quad ; \quad \text{q. e. d.}$$

Du siehst, dass man also den Beweis für die Unschädlichkeit der Dipolgeister auch durch den Grenzübergang aus dem Lee-Modell führen kann, nach dem alten u. bewährten Motto: „Warum einfach, wenns auch kompliziert geht?"

Im übrigen hoffe ich, Dich durch diesen Brief zu einem noch höheren Mass an Skepsis zu bekehren, nämlich zur Skepsis gegen die Skepsis – falls das noch nötig sein sollte.

Mit vielen herzlichen Grüssen!

Dein W. Heisenberg