Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 15.05.1955
Stichworte: Unitarität der S-Matrix in der “Dreimännerarbeit”
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-147r
Meyenn-Nummer: 2091

Göttingen 15.5.55.

Lieber Pauli!

Mit der gleichen Post schick ich Dir den durchkorrigierten Abzug unseres Blaudrucks u. wäre Dir dankbar, wenn Du mit den anderen unkorrigierten zurückschicken könntest, da ich nur wenige Exemplare habe. – Vielleicht kann ich die Gelegenheit benützen, Dir einiges über die nächstliegenden Einwände zu schreiben, die mein Feldverein gegen meine Axiomatik erhoben hatte, die sich aber nicht als stichhaltig erwiesen haben.

Es liegt sehr nahe, folgendermassen zu argumentieren: „Die Gleichung der S-Funktion im p-Raum zeigt, dass bei $p^2 = 0$ ein Pol zweiter Ordnung auftritt, der die Konvergenz der ~~Verfahrens~~ Integrale bewirkt, also unmittelbar die Auswirkung des Hilbertraums II darstellt. Das wird bedeuten, dass es in Wirklichkeit Geisterteilchen der Ruhmasse 0 (u. Fermistatistik) gibt, deren Vorhandensein zu Widersprüchen führt, insbesondere dazu, dass die S-Matrix doch nicht unitär ist."

Mein erster Einwand dagegen war: „aber wir haben keine τ-Funktion ~~xx~~ für Fermiteilchen der Ruhmasse Null finden können!" Dagegen wurde gesagt, dass man sie konstruieren könne, und zwar in folgender Weise: Man berechne etwa zuerst z.B. die Funktion

$$f(x_1 \cdots x_n, y) = \langle 0 | (T\psi(x_1) \cdots \psi(x_n)) \cdot \psi^\dagger(y) | 0 \rangle ,$$

die es ja sicher geben muss. Dann bildet man

$$f(x_1 \cdots x_n, p) = \int f(x_1 \cdots x_n, y)\, e^{-ipy}\, dy$$

Dies ist die τ-Funktion (so wird behauptet) zu einem Übergang vom Vakuum zu einem Fermi-Zustand mit Energie-Impuls p. Das Integral wird im Allgemeinen ~~also~~ verschwinden, wenn p nicht zu einem stationären Zustand gehört, wird sich aber in der Nähe des diskreten stationären Zustandes der Masse κ wie $\delta(p^2+\kappa^2)$ verhalten. „Bildet man das Integral für $p^2=0$, so wird sich nicht Null ergeben, man erhält also die τ-Funktion des Geisterzustands."

Die Rechnung zeigt aber, dass man nicht etwa $\delta(p^2)$, sondern (wegen des Pols zweiter Ordnung) $\delta'(p^2)$ erhält. Das Integral divergiert also in einer ungewöhnlichen Weise an der Stelle $p^2=0$. Um zu sehen, was das bedeutet, ist es zweckmässig, zuerst nur über die drei Raumkoordinaten zu integrieren, also $\int f(x_1 \cdots x_n, y)\, e^{-i\sum_1^3 p_k y_k}\, dy_1\, dy_2\, dy_3$ zu bilden. Dann entsteht eine Funktion von $t = y^{(4)} - \frac{\sum x_\nu^{(4)}}{n}$ die sich zunächst als Summe von Gliedern $\sum e^{ip_0 t}$ $\left(p_0 = \sqrt{p^2+\kappa_i^2}\right)$ ~~wobei~~ schreiben lässt, wobei jedes Glied zu einem diskreten stationären Zustand der Masse κ_i gehört. Ausserdem (und darauf kommt es an) enthält die Summe ein Glied der Form $\underline{\underline{t}}\, e^{ipt}$, das zu dem Pol zweiter Ordnung, d.h. zum Geisterreich gehört. Dieses Glied lässt keine Fourierdarstellung mehr zu. Es gibt also jedenfalls keine τ-Funktionen zu „Zuständen" des Hilbertraums II, also auch keine solchen Zustände.

Es gibt aber so etwas, wie eine „Pauschal-τ-Funktion" des Hilbertraums II, die eben von der Zeit wie te^{ipt} abhängt. Diese Pauschalfunktion kann aber die Unitarität der S-Matrix nicht mehr stören. Denn bei Stoss-problemen geht man ja von einer bestimmten Gesamt-energie aus, fordert also, dass die gesamte τ-Funktion sich wie $e^{ip_\mu x_\mu}$ verhalten solle. Wenn man einen Ausdruck der Form te^{ip_0t} mit einem anderen der gleichen Form oder der Form e^{ip_0t} multipliziert, kann man aber nie eine reine Exponentialfunktion bekommen. Es kann also keine Geisterteilchen geben, die bei Stoss-problemen entstehen, und daher ist die S-Matrix stets unitär. Im einzelnen verläuft der Unitaritätsbeweis dann nach dem Subtraktionsprinzip: Wenn für die zunächst angeschriebene Gruppe von τ-Funktionen die S-Matrix noch nicht unitär ist, so kann man aus dem Ausdruck für die S-Matrix eine neue τ-Funktion zur gleichen Energie durch Subtraktion finden, die unter den bisherigen noch nicht enthalten war. Entweder ist die neue erweiterte S-Matrix dann unitär, oder man kann das Verfahren wiederholen u.s.w. Bei der ganzen Prozedur kommen die Geister-funktionen te^{ipt} nicht ins Spiel, da die Gesamtfunktion wie $e^{iP_\mu x_\mu}$ geht, d.h. wie e^{iP_0t} von der Zeit abhängt.

Natürlich ist auch damit noch nicht bewiesen, dass die ganze Axiomatik widerspruchsfrei durchgeführt werden kann; aber es zeigt, dass sie stabiler gegen naheliegende Einwände ist, als man zunächst meint.

Übrigens würde das in meiner Axiomatik angewandte Verfahren nicht funktionieren, wenn man für die Metrik mit einer Bose-Wellenfunktion beginne; denn wäre eine Abtrennung des Hilbertraums <u>II</u> nicht mehr möglich u. die Geister würden in der S-Matrix auftreten. —

Einstweilen hoffe ich, dass ich in Pisa über diese Fragen mit Dir diskutieren kann.

Mit vielen Grüssen

Dein W. Heisenberg