Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 01.03.1955
Stichworte: Korrenspondenzmäßig interpretierbare Wellengleichungen, Renormierung
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-145r
Meyenn-Nummer: 2034

Göttingen 1.3.55.

Lieber Pauli!

Über die Fragen Deines letzten Briefs habe ich inzwischen ausführlich mit meinem Feldverein gesprochen und sehe jetzt klarer, was die Schwierigkeiten des gesuchten Beweises sind.

Zunächst kann man in einer Renormierungstheorie vernünftigerweise nicht mit den unrenormierten Feldgleichungen der unrenormierten Operatoren beginnen. Denn für die letzteren gelten ja definitionsgemäss die normalen V.R., die Feldgleichungen existieren nicht wirklich, und es soll sich ja darum handeln, nachzuweisen, dass für die renormierten Operatoren die V.R. nur ohne δ-Funktion gelten können. Dazu müsste man also, um mein Beweisverfahren anwenden zu können, zuerst einmal renormierte Wellengleichungen hinschreiben können.

Das ist nun schon viel schwieriger, als ich bisher annahm. Ich hatte bisher etwas schlampig folgendermassen geschlossen: die renormierte Theorie muss für grosse Quantenzahlen in die klassische übergehen, also muss es für die renormierten Wellenfunktionen Feldgleichungen geben, die zwar nicht genau die klassischen sind, aber doch für $\hbar \to 0$ in diese übergehen. Wenn man die renormierten Wellengleichungen hat, würde ich hoffen, mit meinem Beweisverfahren schnell zum Ziel zu kommen.

Mein Feldverein versichert mir aber, dass die Aufstellung der renormierten Feldgleichungen genau so schwierig sei wie die exakte Lösung des Problems. Man könnte aber vielleicht zunächst störungstheoretisch rechnen, wenn man Deinen Abschneidefaktor einführt u. alle Integrale konvergent macht. Dann müsste man also in störungstheoretischer Näherung Wellengleichungen anschreiben können, die bei „grossen Quantenzahlen" in die klassischen übergehen. Meines Wissens ist so etwas bisher nicht durchgeführt worden. Wenn es gelänge, könnte man aber zusehen, was bei Anwendung meines Beweisformalismus herauskommt und es würde sich dann wohl die Unmöglichkeit der δ-Funktion ergeben (beim Lee-Modell wäre das letzten Endes wohl nichts anderes als eine Umformung Deiner Rechnung). Die eigentliche Schwierigkeit steckt aber noch an einer anderen Stelle: Beim Lee-modell ist die korrespondierende klassische Theorie garnicht das System $\dot{\psi}_V = m_V \psi_V + A \psi_N$; $\Box A = \psi_V^{+} \psi_N^{+ \ldots}$; wie man es zunächst erwarten sollte; sondern die korrespondierende Theorie müsste auch die Wellenfunktionen ψ_χ für das Geisterfeld enthalten. In anderen Worten: schon bei dem Übergang zu ~~Wellen~~ renormierten Wellengleichungen müsste sich die Existenz der Geister zeigen und man hat die Geister zum mindesten in einer verdächtigen Weise unsichtbar gemacht, wenn man zu einer Wellen-gleichung für renormierte Funktionen gekommen ist, die qualitativ so aussieht, wie die ursprüngliche Gleichung. Man könnte also höchstens in folgender Weise vorzugehen versuchen: Wir nehmen zunächst an, es gebe keine Geister. Dann gibt es die korrespondenzmässig interpretierbaren Wellengleichungen für die renormierten Operatoren (diese wären nun auszuarbeiten). Dann kann man die Annahme, die V.R. enthielten die δ-Funktion, wahrscheinlich in der von mir gewünschten Weise widerlegen. („Wahrscheinlich" heisst: wenn diese Wellengleichungen nicht unübersichtliche Differenzen von Unendlichkeiten enthalten. Das Auftreten des Quadrats der δ-Funktion bedeutet aber praktisch immer eine so hohe Unendlichkeit, dass Kompensationen nicht mehr möglich sind). Die Annahme, dass keine Geister vorkommen, enthielte also einen Widerspruch.

Du siehst aber, dass die ganze Schwierigkeit darin besteht, bei Renormierung zu korrespondenzmässig interpretierbaren Wellengleichungen zu kommen. In der Lehmann'schen Fassung des Problems kann man folgendermassen formulieren: es mag sein, dass die Lehmann'schen Gleichungen der Qu. El. Dyn. strenge Lösungen zulassen. Es ist aber dann keineswegs sicher, dass diese Theorie die ~~Q~~ Qu. El. Dyn. überhaupt approximiert; sie mag ~~zu~~ im Limes grosser Quantenzahlen zu Wellengleichungen führen, die völlig anders sind als die Maxwell'schen. Ich habe also mit Lehmann eine Art Wette abgeschlossen, die so aussieht: Wenn es Lehmann gelingt, zu zeigen, dass seine Quant. El. Dyn. überhaupt die Maxwellschen Gleichungen liefert, dann werde ich ihm beweisen, dass für seine Operatoren auch V. R. ohne δ-Funktionen gelten d.h. dass es Geister gibt.

Ich habe eigentlich den Verdacht, dass die Lehmann'sche Forderung, die Funktion Π müsse für grosse p wie $\frac{\text{const}}{p}$ abnehmen (wenn sie $\to 0$ geht, gibt es sicher Geister!), schon die Maxwellschen Gleichungen zerstört. Aber von sauberen mathematischen Beweisen sind wir leider weit, weit entfernt!

Deine und Källén's Arbeit ist angekommen u. wird hier eifrig studiert.

Viele Grüsse!

Dein W. Heisenberg