

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 23.04.1950

Stichworte: Fortsetzung der Antwort auf Paulis Kritik, S-Matrix der Hamiltontheorie, Kausalität bei kleinsten Abständen problematisch, Erhaltungssätze für Ladung und für Nukleonenzahl

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-1351r

Meyenn-Nummer: 1106

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Göttingen, 23. 4. 50.

- 1 -

PLC 17,1351 +

NACHLASS 5/5
PROF. W. PAULI

Lieber Pauli! Das hier Luminio auch zur Tagung nach Paris
fehlt, benütze ich die Gelegenheit, deinen letzten Brief zu beant-
worten. Ich glaube inzwischen, die durch deinen ersten Brief
aufgeworfenen Fragen vollständig in Ordnung gebracht zu haben u.
möchte dir das Ergebnis kurz auseinandersetzen.

Zunächst beruhen die Einwände deines letzten Briefs sicher
einfach auf Rechenfehlern (ohne damit das Thema der gestellten
Frage wieder aufzuheben zu wollen). Der Operator $\hat{Q}(x)$ meiner
Arbeit ist zweifellos hermitisch, da er ja gar keine Glieder enthält,
die aus verschiedenen Klassen ~~gleich~~ gemischt sind. Es ist vielmehr
einfach die Summe aus den alten Dirac'schen $\hat{Q}_{\mu\nu}(x)$ über alle
Klassen ~~von~~ (wohlgemerkt: auch ohne Vorzeichenwechsel; man beachte
aber auch die Lückenstellung nicht, um das Vorzeichen in
Ordnung zu bringen!). Man erkennt dies leicht aus der
 k -Darstellung, in der der Ausdruck $\bar{\psi}(k') \frac{\xi(k') - \xi(k'')}{k'^2 - k''^2} \psi(k'')$
die Hauptrolle spielt. Dieser Ausdruck verschwindet wegen
 $\xi(k)\psi(k) = 0$ immer, wenn nicht $k'^2 = k''^2$ ist, ^{d.h. die Klassen gleich sind}. Im letzteren
Fall geht er in $\frac{\partial \xi}{\partial(k^2)}$ über. Je nun $\psi = \sum \sqrt{c_e} \cdot \psi_e = \sum \frac{1}{\sqrt{\frac{\partial \xi}{\partial(k^2)}(k_e)}} \psi_e$
ist und $\bar{\psi} = \sum \frac{1}{\sqrt{\frac{\partial \xi}{\partial(k^2)}(k_e)}} \bar{\psi}_e$ definiert wurde ($-\bar{\psi}_e$ ist hermitisch
konjugiert zu ψ_e ; da $\frac{\partial \xi}{\partial(k^2)}$ zum Teil negativ ist, das kann aber
 $\bar{\psi}$ nicht hermitisch konj. zu ψ sein-), geht der oben genannte
Ausdruck einfach in $\sum \bar{\psi}_e(k') \psi_e(k'')$ über ($k_e'^2 = k_e''^2$, aber
nicht notwendig $k_e' = k_e''$). Daher bleiben auch die Schwinger'schen

Definitionen des Vakuumzustands zu erhalten. In der anderen
Vorlesung: Ohne Beschränkung unterscheidet sich meine
Theorie durch nichts von einer Theorie alten Stils mit mehreren
Elementarteilchenarten. Nur drücke ich die alten V.R. $\{\bar{\psi}(x'), \psi(x'')\} = S_{\alpha\beta}$
aus durch die reguläre V.R. $\{\bar{\psi}(x'), \psi(x'')\} = S(x'-x'')$, die aber
nichts anderes besagt. Das neue steckt mit in der Annahme über
die Beschränkung, d.h. in der Annahme, dass H durch $\bar{\psi}$ u. ψ
ausgedrückt ist.

Dein erster Brief hat mich freilich auf einen Punkt hingewiesen,
den ich nicht genug beachtet hatte: dass nämlich das so gebaute
 H im allgemeinen (und vielleicht unvermeidbar!) nicht hermitisch
ist. Aber auch diesem Punkt kann man in Ordnung kommen,
indem man das Kempton'sche Schema, d.h. den Zusammenhang
zwischen H und der S -Matrix etwas verallgemeinert. Ich
definiere zuerst analog zu Dyson:

$$T = \sum_n \frac{(-i)^n}{n!} \int dx_1 \dots \int dx_n P(H(x_1) \dots H(x_n)); \quad (1)$$

dieses T ist nicht unitär, da H nicht hermitisch ist ($H^* \neq H$!).

Ich definiere jetzt:

$$S = T (T^* T)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

oder in Potenzreihenentwicklung: $S = \sum_n \frac{(-i)^n}{n!} S_n$;

$$S_1 = -\frac{i}{2} \int dx [H(x) + H^*(x)] \quad (3)$$

$$S_2 = -\frac{1}{2} \int dx_1 \int dx_2 [P(H(x_1), H(x_2)) + P(H^*(x_1), H^*(x_2))] - \frac{i}{4} \left[\int dx (H(x) - H^*(x)) \right]^2$$

u. p. v.

Diese S -Matrix ist sicher unitär; sie ist zwar Berechnung treten
nur reguläre V.R. auf, und sie geht in Grenzfällen

einer hermiteschen Matrix $H(x)$ in der hamiltontheorie
über. Sie ist fest (aber nicht ganz!) identisch mit einer
S-Matrix der hamiltontheorie ^(zwe) ~~der~~ ^{Veranschaulichung} $\frac{1}{2}[H(x) + H^*(x)]$. Der
'nicht ganz' bezieht sich auf den Einfluss der Terme von
 $H(x) - H^*(x)$, die erstens dafür sorgen, dass alles konvergiert,
und die zweitens das gewöhnliche Kausalschema der
hamiltontheorie etwas durchbrechen - aber nur in Gebieten
der Ordnung der kleinsten Länge ℓ_0 wenn die Massen mit
negativen c sich von denen mit positiven c um Größen
der Ordnung $1/\ell_0$ unterscheiden.

Ich glaube nicht zwischen auch davon absteigen zu haben,
dass die Berechnung der gebundenen stationären Zustände
keine Schwierigkeiten macht und fest zu erfolgen kann, wie
in der gewöhnlichen hamiltontheorie. Ausserdem sorgt die
S-Matrix (2) dafür, dass es zwei Erhaltungsgrößen der Ladung
gibt. Man kann nämlich nachrechnen, dass S gegenüber einer
Vorzeichenänderung von j invariant ist, wenn $\frac{\partial S}{\partial c}$ die in
 $\sqrt{\frac{\partial S}{\partial c}}$ stehende $\sqrt{-1}$ bedeutet. Dieser Invariant entspricht
dann ein zweiter Erhaltungsgrösse, und man kann die
beiden Erhaltungsgrößen vielleicht mit der Erhaltung der
elektr. Ladung u. der der Nukleonenzahl identifizieren.
Man das letztere ist natürlich Zukunftsmusik.

Im Ganzen glaube ich aber, dass jetzt alles in bester

Ordnung ist, und ich bin die natürlich denkbar für den
Hinweis auf die nicht-hermitesche Schwierigkeit im ersten
Brief. -

Übrigens habe ich eine Zeit lang versucht, hermitesche
H-funktionen zu finden, das ist mir aber nicht gelungen
u. ich habe den Eindruck, dass es prinzipiell nicht geht.
Wenn das so ist, so bedeutet es, dass man eben dort
einen etwas schärferen Eingriff in die normale hermitesche
theorie vornehmen muss (dass ^{nämlich} ~~man~~ die Gleichung (2))
und es befriedigt mich, dass die S-Matrixtheorie solche
Eingriffe ohne Schwierigkeiten ermöglicht, während nach
Paris u. Uhlenbeck die normale Theorie, selbst bei
Berücksichtigung der Exponentialfaktoren, dazu einstreuen nicht
ausreicht.

Ich bin neugierig, was Sie in Paris bespricht u.
freue mich auf den Bericht von Jannino.

Mit vielen Grüßen an alle gemeinsamen Bekannten

Dein W. Heisenberg

Beantwortet: 9.V.50