

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 16.01.1937

Stichworte: Reichweiten in Blei für Teilchen in der Höhenstrahlung,
Lorentz-Invarianz der Wellenquantelung in der Feldtheorie

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-110r

Meyenn-Nummer: 463

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg
und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Leipzig 16.1.37.

NACHLASS
PROF. W. PAULI

PLC 0017, 110 r

027 Besprechung 14

Lieber Pauli!

Die Abhandlung von Barnothy hast Du nun wohl bekommen, ich habe mit dem Abschriften so lange gewartet, weil ich einen Brief Barnothys abwarten wollte; in dem stand aber nicht viel Neues drin. Nach den letzten Ergebnissen von Anderson über die Streuung der Elektronen (Beta - Kette) möchte ich Dir sagen glauben, dass für Elektronen die echte Schauerbildung verhältnismäßig selten ist (vgl. auch die Note von Oppenheimer im letzten Heft der Phys. Rev.), dass vielmehr durch "Kaskaden-entladung" so etwas ähnliches wie Schauer entsteht. Wenn man in dieser Weise die bisherigen Revisions (insbes. Fermi) ernst nimmt, kommt man zu folgender Übersicht über die mittleren Reichweiten der Teilchen in Pb (alle Zahlen sind nur bis auf einen Faktor der Ordnung 1 richtig):

	$\pm$ Elektronen	Lichtquanten	Positronen	Neutrinos	Multiplicität
10 mc^2	0,2 (Bremsung)	4	0,01 (Bremsung)	10 (Leine)	$\sim \underline{\underline{10^8}}$
1000 mc^2	2 ⁺ (Streuung)	5	20 "	100 } Schauer	100
∞	100 (Schauer)	6	100 (Schauer)	100	100

(Die Wahrscheinlichkeit, dass Schauerbildung ist zu $Q \sim 10^{-27} \text{ cm}^2$ geschätzt). Aus dieser Zusammenstellung ist wohl, wenn sie richtig ist, mit Sicherheit zu schließen, dass die Durchdringungsfähigkeit der Höhenstrahlung im Vergleich zum Luftumweltstrahlung zu vernachlässigen ist. Bei Regener beschränken den Luftumweltstrahlung nur zu vernachlässigen ist. Bei Regener fand ich noch die Angabe, die Höhenstrahlung sei in 750 m Vertiefte über vielmehr so schwach, wie in 250 m Tiefe. Es passt gut zu dem gesetzten Intensität $\sim \frac{1}{\text{Höhe}}$, das bei Luftumweltstrahlung herauskommen würde.

Doch nun müßte ich die noch ausführlich zu unser Haupt-
problem, die Quantisierung der Wellen, schreiben. Die folgenden Überlegungen
beruhen auf dem Modell:

$$(1) \quad L = \sum_V \left| \frac{\partial \psi}{\partial x_V} \right|^2 - f(\psi^* \psi)^3 \quad \quad H_0 = \pi^* \pi + \frac{\partial \psi^*}{\partial x_k} \frac{\partial \psi}{\partial x_k} + f(\psi^* \psi)^3, \quad H_1$$

(Einklein: $c=1; \hbar=1$)

Ich müßte zunächst die Lorentz-Invarianz der Wellenquantisierung etwas direkter formulieren als
bisher. Nach Dirac und Weisskopf steht es so:

$$(2) \quad \psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \frac{-i}{\sqrt{2V}} (-a_k + b_k^*) e^{i(kx)} \quad \pi = \sum_k \sqrt{\frac{k}{2V}} (a_k^* + b_k) e^{-ikx}$$

Das Schrödingerfunktional soll abhängen von den $N_k^{\#} = a_k^* a_k$, $M_k = b_k^* b_k$.

$$(3) \quad \Phi(N_1^{\#}, N_2^{\#}, \dots; M_1^{\#}, M_2^{\#}, \dots; t), \quad i \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \bar{H} \Phi. \quad (\bar{H} = \int H dV).$$

Nun setze ich

$$(4) \quad \bar{\Phi}(N_1^{\#}, \dots; M_1^{\#}, \dots; t) = e^{-i \sum_k (N_k^{\#} + M_k^{\#}) k t} \varphi(N_1^{\#}, \dots; M_1^{\#}, \dots; t),$$

und entsprechend (5) $a_k^* = N_k^{\# \frac{1}{2}} \Delta_k^+ \cdot e^{ikt}$, $a_k = \Delta_k^- N_k^{\frac{1}{2}} e^{-ikt}$.

Dann gilt für φ die neue Schrödingergleichung

$$(6) \quad i \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \bar{H}_1 \cdot \varphi.$$

φ ist natürlich ohne Verschiebung zeitlich konstant. Ferner ist

$$(7) \quad H_1 = f \left[\sum_{k,l} \frac{1}{\sqrt{2V}} (-\Delta_k^+ N_k^{\frac{1}{2}} e^{i(kx-kt)} + M_k^{\frac{1}{2}} \Delta_k^- e^{i(kx+kt)}) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2V}} (-N_l^{\frac{1}{2}} \Delta_l^- e^{-i(lx-kt)} + \Delta_l^+ M_l^{\frac{1}{2}} e^{-i(lx+kt)}) \right]^3$$

Dieser Ausdruck ist, wie man sich leicht überlegt, relativ. invariant:

Die N und M sind invariant, sie erhalten mit anderen Worten bei

einer Lorentztransformation $N_{k(k)} \rightarrow N_{k'(k')}$ (wobei $k' = \frac{k - \beta k}{\sqrt{1-\beta^2}}$ u.ä. v.);

ebenso die Operatoren Δ . Die Ausdrücke $\sqrt{V} k$ sind ebenfalls relativ. invariant,

denn V bedeutet im Wesentlichen d. Anzahl der stationären Zustände pro Intervall

Intervall $dk_x dk_y dk_z$. Man kann dem leicht ausrechnen, dass $V k = V' k'$.

$$(8) \quad \varphi(t+dt) = (1 - i \bar{H}_1 dt) \varphi(t) = e^{-i \int \bar{H}_1 d\tau} \cdot dt$$

$$(8) \quad \varphi(t+dt) = (1 - i \bar{H}_1 dt) \varphi(t) = e^{-i \int \bar{H}_1 d\tau} \cdot dt$$

$$\varphi(t+2dt) = (1 - i \bar{H}_n(t+dt) dt)(1 - i \bar{H}_n(t) dt) \varphi(t)$$

$$= e^{-i\delta t \int H_1(t) dV} \cdot e^{-i\delta t \int H_1(t) dV} \cdot \varphi(t) \text{ u. r. r.}$$

dabei ist wieder zu beachten, dass die e -Funktionen nicht zu einer e -Funktion zusammengezogen werden dürfen, ^(die zu verschiedenen t gehören,) weil die Exponenten nicht vertauschbar sind. Die zu späteren Zeiten gehörigen Faktoren müssen stets links von den früheren stehen. Dagegen darf man natürlich weiter oben

$$\int e^{-i\epsilon t \int H_0 dV} = \prod_V e^{-i\epsilon t H_0 dV}, \text{ wobei sich das Produkt auf alle Raum-}$$

elemente des Berichts. Allgemein kann man daher statt Gl. (8) schreiben

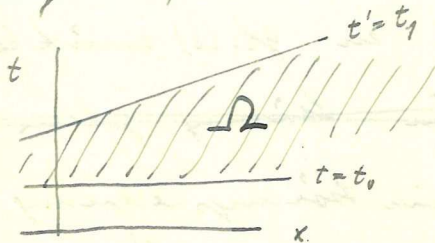
$$(g) \quad \varphi(t_1) = \int_{\Omega} \left(e^{-i H_x \int_{t_0}^{t_1} dt dx dy dz} \right) \varphi(t_0) = \int_{\Omega} \left(e^{-i H_x \Delta \omega} \right) \varphi(t_0) ;$$

12
dabei bedeutet $d\omega$ das vollständige, reelle Volumenelement, und Ω
das zwischen die Flächen ~~$t = t_0$ und $t = t_1$~~ $t = t_0$ und $t = t_1$

eingeschlossene vierdimensionale Volumen. $g(q)$ setzt man die relativ. Invariante des ganzen Systems von Punkten in L ident.

man kann Gl (9) auch dahin erweitern, dass der Zeitpunkt t_i im bewegten System gemessen wird ($t' = t_i$). Dann gilt (9) auch noch und

Δ bedeutet das Volumen zwischen $t = t_0$ u. $t = t_1$.



Bei heiler ist alles nur Umformung

den bisherigen Anz. d. Vollen.

Kann man sich unter Beibehaltung der $gl(q)$ den Ausdruck (7) so ändern, dass die $gl(q)$ zu konvergenten Resultaten führt. Eine Möglichkeit schien mir folgendes: Zunächst ist es vielleicht zweckmäßig, um möglichst symmetrische Formeln zu erhalten, zu setzen $y_k^+ = -k, g = k$.

$M_k^{\frac{1}{2}} \Delta_k^- e^{i(kx+kt)} = M_g^{\frac{1}{2}} \Delta_g^- e^{-i(yx-gt)}$. Dann kann man den Ausdruck (7) aufteilen in einzelne Summanden, deren jeder die Form eines Faktors der Form $e^{i \sum_{r=1}^4 (k_r^{(r)} + k_r^{(r)*} + \dots + k_r^{(r)}, x_r)}$ enthält. (k_r, x_r) seien die Bivektoren $\underline{x}_r = (xyzt, it)$, $k_r = (k_x, k_y, k_z, ik)$;

in manchen Gliedern steht statt einem k ein y . Kann man diesen Faktor durch den ersetzen:

(10) $e^{i \sum_{r=1}^4 (k_r^{(r)} + \dots + k_r^{(r)*}, x_r)} + \alpha f \sum_{r=1}^4 (k_r^{(r)} + \dots + k_r^{(r)*})^2 \frac{(x_r)}{k_r^{(r)} + \dots + k_r^{(r)*}}$, setzen alle die Glieder mit (a^*, b^*) links von den Gliedern ohne Stern. Das ist im wesentlichen das alte (oder neue) Abschneiden verfahren

bei Born, Zetraghian u. s. w. ^(α die abhängige Zahl) Da behauptet aber, es führt hier zu einer widerspruchsfreien, in sich geschlossenen Theorie. Zunächst ist die relativistische Invarianz nicht mehr ~~trivial~~ trivial, denn man muss erst beweisen, dass H des neuen H_0 in verschiedenen Bezugspunkten vertauschbar ist.

|| Dies scheint mir aber der Fall zu sein (kannst du diesen Punkt kontrollieren?). Dann muss man nachsehen, welche Resultate für die Selbstenergie u. s. w. herauskommen. Man kann dann von den Gleichungen (7) + (10) zum Operator H und zu Gl. (3) zurückkehren. Man findet dann, ~~da solange H_0 als kleine Störung gelten kann, eine Selbstenergie per Teilchen~~ den bei einer Störungsrechnung die Glieder zunächst ansetzen, aber alle endlich sind ¹⁾, und ist

1) Da hat das inzwischen nochmal nachgerechnet. Es steht mir jetzt, dass für $k \gg \frac{1}{\lambda_D}$ die Störungsrechnung gut konvergiert, wenn gleichzeitig $k \ll \frac{\alpha^2}{\lambda_D}$. Dieser Spezialfall lässt sich realisieren, wenn $\alpha \gg 1$. Doch ich will mir dies weiter überlegen.

habe den Eindruck, dass zwar H_1 nicht so kleine Störung aufweist
werden kann, dass aber sonst das Verfahren konvergiert.

Weiter habe ich die Möglichkeit (80) noch nicht untersucht und
ich möchte gerne wissen, was du dazu meinst.

Ich selbst habe etwa folgendes bedacht: Das spezielle Abschneide-
verfahren (10) finde ich dann, weil es ganz willkürlich ist. Ich
kann mir auch kaum denken, dass man auf beliebig viele
festen konvergente Theorien machen kann, und möchte ich
die universelle Länge L_0 durch den Faktor von H_1 als
durch eine Abschneidevorschrift einführen. Dagegen scheint mir an
dem genannten Vorschlag vernünftig, dass man den Begriff
„Wellenfunktion in einem bestimmten Ort“ aufgibt und nur
den Begriff „Teilchen mit bestimmtem Impuls“ einführt, denn
der Impuls kann sich genau gemessen werden. Ich möchte also
das versuchsweise behaupten: Auch die zukünftige exakte Theorie kann
dargestellt werden durch einen ^{Operator} ~~Funktion~~ H_1 , der für kleine Impulse
in einen vom Typus (7) übergeht und der mit φ durch die
gl. (6) und (9) verbunden ist.

Zunächst müssen wir aber wohl die Hauptfrage klären: ob überhaupt
relativistische und konvergente Theorien nach diesem Schema
möglich sind. Wo war meinst du daran?

Viele herzliche Grüsse, auch an deine Eltern und an
den Institut
Dein W. Eisenberg.