

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 01.02.1935

Stichworte: Weiterer Versuch, die Feinstrukturkonstante aus der Löchertheorie abzuleiten, Störungstheorie

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-086r

Meyenn-Nummer: 402

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

Leipzig 1. 2. 35.

NACHLASS
PROF. W. PAULI

Lieber Pauli!

Für den letzten Vortrag habe ich viel über $\frac{e^2}{hc}$ nachgedacht und bin, glaube ich, in der Analyse des mathematischen Sachverhalts etwas weitergekommen; darüber möchte ich dir jetzt schreiben.

Ich gehe wieder aus von den Größen

$$(1) \quad A_e(R, \varepsilon) = \frac{3c}{4e} \cdot \int d\varphi (y k'' | R | k', y + f) \alpha_c^{k'} \alpha_c^{k''} \cdot f(y, \varepsilon)$$

$$\mathcal{L}_e(f, \varepsilon) = \frac{3c}{2eik} \int d\varphi y_s (y k'' | R | k', y + f) \alpha_c^{k'} \alpha_s^{k''} \cdot f(y, \varepsilon),$$

die im Limes $\varepsilon \rightarrow 0$ in Potentiale u. Feldstärken übergehen (2) müssen. (Es soll $\int p dp f(\varepsilon y) = 1$ gelten).

Ich denke mir nun in der bisherigen Löchertheorie die Schrödinger-Gleichung durch Entwicklung nach Potenzen von $\frac{e^2}{hc}$ gelöst. Für den Zustand z.B., wo nur ein Lichtquant vorhanden ist,

bekommt man dessen als Schrödinger-Funktional in 0. Näherung:

$$\varphi(000, 111; 1000) = 1, \text{ alle anderen } \varphi = 0,$$

In erster Näherung treten auch φ vom Typus $\varphi(0010, 1101, 100100)$ auf.

Rechnet man nun in dieser ersten Näherung das Matrixelement der Größen (1) aus, das ^{z.B.} zum Übergang vom Zustand: Vakuum zum Zustand, wo ein Lichtquant vorhanden ist, gehört, so

findet man, dass im Limes $\epsilon \rightarrow 0$ gerade das ^{betreffende} Matrixelement von Potential und Feldstärke herauskommt, wie es sein soll. Und zwar gilt dies für jedes beliebige Funktion $f(\mathbf{p}, \epsilon)$, die der Bedingung (2) genügt. Dieses Resultat sieht nun in Hinblick auf die V. R. der Größen (1) sehr merkwürdig aus.

Ich bilde nun etwa das Diagonalelement der Matrix $f_{\epsilon}(\mathbf{p}) \cdot a_{\epsilon}(\mathbf{p})$, das zum Zustand 'Vakuum' gehört. Dieses Diagonalelement kann man so schreiben:

$$(3) \quad \begin{aligned} \langle r | f_{\epsilon}(\mathbf{p}) a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | r \rangle &= \sum_s \langle r | f_{\epsilon}(\mathbf{p}) | s \rangle \langle s | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | r \rangle = \sum_s (\overset{\text{Energie der stat. Zustände}}{\downarrow} E_s - E_r) \langle r | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | s \rangle \langle s | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | r \rangle \\ &= \sum_s (E_s - E_r) |\langle r | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | s \rangle|^2. \end{aligned}$$

Wenn r den Zustand 'Vakuum' bedeutet, so kann s erstens ein Zustand mit einem Erstquant sein, zweitens ein Zustand, bei dem ein Elektron und ein Positron vorhanden sind. (Die Übergänge zu diesen weiteren Zuständen verschwinden mit $\epsilon \rightarrow 0$)

Elementarprechend kann man einteilen:

$$(4) \quad \langle r | f_{\epsilon}(\mathbf{p}) a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | r \rangle = \sum_{s_1} (E_{s_1} - E_r) |\langle r | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | s_1 \rangle|^2 + \sum_{s_2} (E_{s_2} - E_r) |\langle r | a_{\epsilon}(\mathbf{p}) | s_2 \rangle|^2$$

Die ganze Summe (4) muss nach den V. R. für die Diagonalmatrix, die ja in der Löchertheorie vorausgesetzt sind, herauskommen zu

$$(5) \quad \frac{\hbar c}{V} \frac{\hbar c}{c^2} \cdot \frac{3\pi}{2} \int d\mathbf{p} p^3 f^2(\mathbf{p}, \epsilon),$$

wenn das Volumen V für die Bohlräume-quantelung verwendet wird (sonst steht da $\delta(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$).

man erhält also für endliche ε :

$$(6) \quad (E_{s_1} - E_n) |(r|a_c(k)|s_1)|^2 + \sum_{s_2} (E_{s_2} - E_n) |(r|a_c(k)|s_2)|^2 = \frac{\hbar c}{\gamma} \frac{\hbar c}{c^2} \frac{3\pi}{2} \int dp p^3 f^2(\gamma c).$$

Nun geht über das erste Glied der linken Seite für $\varepsilon \rightarrow 0$ über in das entsprechende Glied für $a_c(k)$, dieses Glied wird also $\frac{\hbar c}{\gamma}$, und zwar für jede beliebige Funktion $f(p\varepsilon)$, die der Gl. (2) genügt. Es folgt also für kleine ε :

$$(7) \quad \frac{\hbar c}{\gamma} + \sum_{s_2} (E_{s_2} - E_n) |(r|a_c(k)|s_2)|^2 = \frac{\hbar c}{\gamma} \frac{\hbar c}{c^2} \frac{3\pi}{2} \int dp p^3 f^2(\gamma c).$$

Dies gilt für beliebige Funktionen $f(p\varepsilon)$. Aber daraus folgt:

Obwohl von der Summe über s_2 jedes einzelne Glied mit ε -steigender Null geht, so enthält die ganze Summe doch einen Teil, der von ε unabhängig ist und der für die Differenz der übrigen Glieder von (7) verantwortlich ist.

Dass dies in der bisherigen Löchertheorie so ist, kann man leicht einsehen. Auch wenn man die ~~Originalform~~ Originalform linke

Seite von (6) u. (7) mit den Eigenfunktionen 0. Näherung

ansetzt, ~~so~~ ~~erhält~~ ~~man~~ ~~den~~ ~~Ausdruck~~ $\frac{\hbar c}{\gamma} \frac{\hbar c}{c^2} \frac{3\pi}{2} \int \dots$

heraus, obwohl denn das erste Glied von (7) $\frac{\hbar c}{\gamma}$ ganz verschwindet.

Führt man für die Zustände, bei denen ein Elektron

an die Funktion $F f(\rho^2)$ notwendig werden, die das Problem bestimmt machen. Dabei ist offenbar die Funktion $f(\rho^2)$ keine nur abstrakte mathematische Größe, sondern sie hängt ~~offenbar~~ eng mit der physikalischen Frage nach dem mittleren Schwankungsquadrat der Feldstärke im Vakuum (auf Grund der Paarerzeugung), starkstens mit der Frage der Paarerzeugung zusammen.

Wie ist Ihre Diskussion mit Jordan weitergegangen?

Von dem meinst du J's Arbeit spricht, was ~~wohl~~ letztere sehr plausibel.

Viele Grüße an alle

Dein V. Heisenberg.

P.S. In einer Arbeit von Oppenheimer in Phys. Rev.

steht manches von dem, was auch Weiskopf als Freund gegen die bisherige Strahlungstheorie festgestellt hat. Was meinst Weiskopf zu einer Arbeit von Oppenheimer?