Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 12.12.1934
Stichworte: Antwort auf Paulis Kritik am Brief vom 26.11.1934, Vertauschungsrelationen der elektromagnetischer Felder im Impulsraum
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-085r
Meyenn-Nummer: 400

Leipzig 12. 12. 34.

Lieber Pauli!

Leider komme ich erst heute zur Beantwortung Deiner Briefe, aus denen ich einiges gelernt habe. Ich hatte nur sehr wenig Zeit, Physik zu treiben.

Zunächst bin ich in einem Punkt ganz mit Dir einig: dass der zukünftige Formalismus ganz anders aussehen wird, als der bisherige und dass er keine komplizierten Limesbildungen etc. enthalten wird. Dagegen bin ich schon nicht mehr einig mit Deiner Meinung, es werde in diesem Formalismus nur die reguläre Matrix r, nicht eine singuläre Matrix R_S eine Rolle spielen. Meine ganze letzte Positronenarbeit war zwar zu Ehren der Matrix r geschrieben. Ich glaube aber jetzt nicht mehr ganz an die Bevorzugung dieser Matrix und zwar aus folgendem Grund: In einer zukünftigen Theorie dürfen Materie- und Lichtfelder nicht mehr als zwei verschiedene Feldsorten, sondern als verschiedene Eigenschaften ein u. desselben Feldes erscheinen. Solange man nun die Matrix r einführt, scheint es mir unumgänglich, neben r die Feldgrössen F_{ik}, die ja nicht eindeutig durch die Dichte bestimmt sind, einzuführen. Dichte und Feld sind eben unabhängige Freiheitsgrade. Eine Vereinigung dieser beiden Grössen ist nur möglich in einer Matrix, die <u>mehr</u> als das Feld enthält, und da bietet sich beinahe von selbst R_S dar. R_S ist nicht nur mathematisch (wegen der V.R.) in der bisherigen Theorie eine besonders einfache Grösse, sie hängt auch mit den F_{ik} <u>eindeutig</u> nach den Gleichungen meines letzten Briefs zusammen. Man könnte nach diesen Gleichungen R_S ebensogut als Matrix des elektromagnetischen Feldes bezeichnen. Mir scheint es sehr natürlich, anzunehmen, ~~dass~~ in der zukünftigen Theorie eine Matrix vorkommen wird, aus der man durch zwei verschiedene mathematische Prozesse sowohl die F_{ik}, wie die Dichten bekommen kann. Dies alles spricht für die Bedeutung von R_S. Deine Forderung, man solle die V. R. von s untersuchen, wird zwar wichtig sein für eine Analyse der bisherigen Theorie; ich bin aber nicht sicher, ob sie für die zukünftige Theorie viel beitragen wird.

Nun noch speziellere Fragen: Ich habe garnicht verstanden, wie man die Gl. (1), (2) bzw. (4) als „Nebenbedingungen" ansehen könnte. Ich kann mich doch begnügen mit den eichinvarianten

Gleichungen $3\alpha_\sigma \alpha^\varrho \int\limits_{\sigma\neq\varrho\neq\nu} dv'' \delta(v'v'')\, \alpha^\nu x_\nu \,(v'|R_\sigma|v'') = -\frac{2e}{4\pi^2\hbar c} \cdot F^{\varrho\sigma}_{\ 1}$ u.

aus diesen $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{H}$ berechnen. Für die Vertauschung mit anderen eichinvarianten Grössen (nicht nur mit der Hamiltonfunktion) müssen diese Gleichungen als q-Zahlrelationen richtig sein. Also kann man z. B. $[\mathfrak{F}_x, \mathfrak{H}_y]_-$ ausrechnen und kommt auf die besprochene Bedingung ~~en~~ für $\frac{e^2}{\hbar c}$. Dass die bisherige Theorie scheinbar für jeden Wert von $\frac{e^2}{\hbar c}$ möglich ist, drückt sich wohl nur darin aus, dass der betrachtete Limesprozess nicht eindeutig ist und zunächst so eingerichtet werden kann, dass er zu jedem $\frac{e^2}{\hbar c}$ passt. Ich vermutete aber: an die Stelle der unbestimmten Grenzprozesse, die in den Gl. (1), (2) u. (4) noch stecken (auch Gl. (4) enthält noch Unbestimmtheiten) wird die zukünftige Theorie eine einfache Relation ohne Grenzprozess, aber von ähnlichem Aussehen, setzen. Irgendeinen besonders einfachen Grenzprozess, der gerade den richtigen Wert $\frac{e^2}{\hbar c}$ liefert, habe ich freilich bisher nicht gefunden. (Bei einigen Spielereien damit bin ich auf die verführerische Gleichung $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{\pi}{2^4 \cdot 3^3}$ gestossen; aber ich will nicht auf den Fusstapfen Fürths wandeln).

Es ist ganz lehrreich, den ganzen Sachverhalt auch im Impulsraum einmal anzusehen. Es ist das Verhalten der

Matrix $(g''k''|R_S|k''g'')$ für grosse Impulse, das hier wichtig wird.

Aus Gl. (33) meiner Arbeit folgt

$$\text{(I)}\quad (g''k''|R_S|k'g') = -\frac{1}{2}\frac{\overset{''}{\alpha}{}^{l} g_l' + \beta mc}{p_0'}\,\delta(g'-g'') - \frac{1}{8}\Big\{\Big(1+\frac{\alpha^l g_l'' + \beta mc}{p_0''}\Big)\frac{-\overset{h}{\alpha}{}^{s}\frac{e}{c}A^s(g'-g'')}{p_0'+p_0''}\Big(1-\frac{\overset{''}{\alpha}{}^{n} g_n' + \beta mc}{p_0'}\Big)$$

$$+\,(\,1- \;''\;)\quad '' \quad (\,1+\;''\;)$$

$$+\ \text{herm. konj.}\ \Big\}$$

$$+\ \text{höh. Gl.}$$

Die weggelassenen Glieder nehmen für g' oder g'' ~~sehr gross~~ $\to\infty$ schneller ab, als die angeschriebenen. Man kann also aus (I) durch Übergang zu grossen g wieder die $A^s(g'-g'')$ ermitteln. Führt man z. B. eine Funktion $f(p,\varepsilon)$ ein mit der Eigenschaft, dass $f(p\varepsilon)$ als Funktion von p für $p\to\infty$ umso langsamer abnimmt, je kleiner ~~p~~ ε ist (z. B. $f(p\varepsilon)=\varepsilon^2 e^{-\varepsilon p}$), derart dass $\int p\,dp\,f(p\varepsilon)=1$ ist, so gilt:

$$\frac{e}{c}A_l(\mathfrak{k}) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{16\pi}\int \overset{k'k''}{\alpha_l}(g''k''|R_S|k'g''+\mathfrak{k})\,f(p''\varepsilon)\,dg''$$

$$\frac{e}{c}\mathfrak{E}_l(\mathfrak{k}) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{8\pi i k}\int \sum_{l\neq s}\overset{k'}{\alpha_l}\overset{k''}{\alpha_s}\,g_s''(g''k''|R_S|k'g''+\mathfrak{k})\,f(p''\varepsilon)\,dg'',$$

ausserdem natürlich $\mathfrak{H}(\mathfrak{k}) = [\mathfrak{k},\mathfrak{A}(\mathfrak{k})]$.

Es ergibt sich, wenn man die Wechselwirkung von $\mathfrak{E}$ u. $\mathfrak{H}$ ausrechnet, wieder die Gleichung

$$\cancel{\frac{e^2}{\hbar c} = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3\pi}{2}\frac{\int dp\,p^3 f^2(\varepsilon p)}{\int dp\,p\,f}}$$

$$\text{(II)}\quad \frac{e^2}{\hbar c} = \lim_{\varepsilon\to}\frac{3\pi}{2}\int_0^\infty dp\,p^3 f^2(\varepsilon p),$$ die zu Gl. (3) meines letzten Briefs analog ist.

Nun will ich noch auf die Bemerkung Deines Briefs eingehen, nach der die V. R. von $\mathfrak{f}$ u. $\mathfrak{g}$ eventuell verändert werden müssten, wegen der Zusatzglieder von Euler u. Kockel. Ich möchte hierzu feststellen, dass diese Zusatzglieder jedenfalls in der bisherigen Theorie keine solche Änderung bedingen. Diese Zusatzglieder lassen sich nämlich stets durch die Vektorpotentiale allein (ohne die $\mathfrak{f}$) ausdrücken; nur für ein bestimmtes physikalisches Problem, z. B. Streuung von Licht an Licht, lassen sich diese Glieder dann ersetzen durch solche vom Typus $\mathfrak{f}^2 - \mathfrak{g}^2$. Das exakte Zusatzglied hat, wenn vier Lichtquanten mit den Impulsen $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ eine Rolle spielen, die Form:

$$\int d\gamma \cdot \underbrace{(\alpha, \mathfrak{A}(\gamma_1)) \, (\alpha, \mathfrak{A}(\gamma_2))}_{f(\gamma_1, \gamma_2 \cdots \gamma, \alpha \cdots)} \cdot g(\gamma_1 \gamma_2 \cdots \alpha \, \gamma) (\alpha \, \mathfrak{A}(\gamma_3)) \, h(\gamma_1 \cdots \gamma) (\alpha \, \mathfrak{A}(\gamma_4)).$$

Nach der Entwicklung kommen Ausdrücke der Form $p_1 \mathfrak{A}(\gamma_1)$ vor, die man für den betrachteten Spezialfall durch $\mathfrak{f}(\gamma_1)$ ersetzen kann. Aber schon Prozesse, wie Entstehung von drei Lichtquanten aus einem, würden durch die Glieder $\mathfrak{f}^2 - \mathfrak{g}^2$ nicht völlig gegeben. (Zum mindesten bekäme man für das Matrixelement das falsche Vorzeichen). In der bisherigen Theorie ist also kein Anhaltspunkt dafür zu finden, dass die alten V. R. für $\mathfrak{f}$ u. $\mathfrak{g}$ falsch sind. Anders ist dies natürlich in der

Bornschen Theorie; aber weiss nicht, ob die richtig ist. –

Wenn ich mehr weiss, insbesondere über das Verhältnis von r mit R_S, schreibe ich Dir wieder.

Herzlichste viele Grüsse

Dein

W. Heisenberg.

1.) Singul. von R_S

2.) Dirac-Gl. – oder H. F. – nicht ganz konsequent.

3.) Daraus ϕ_μ u. $T_{\mu\nu}$.

V.-R. zwischen $F_{\rho\sigma}$ u. R

Ist $E = \frac{1}{2}\int (E^2 + H^2)\, dV$ ohne expl.-mat. Energie möglich?