Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 21.07.1933
Stichworte: Löchertheorie, Vertauschungsrelationen, Coulombenergie
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-058r
Meyenn-Nummer: 319

Leipzig 21. 7. 33.

Lieber Pauli!

Vielen Dank für Deinen Brief und das offizielle Schreiben, das mir sicher gute Dienste tun wird. Zur Löchertheorie hab ich noch eine Reihe von Fragen mit Dir zu besprechen. Erstens glaube ich nicht, dass eine Formulierung der L. Th. mit Wellenfunktionen im Koordinatenraum der Teilchen überhaupt möglich ist – zum mindesten wäre sie sehr künstlich und unbefriedigend. Denn wenn man etwa die L. Th. in Wellenform schreibt (ψ_ϱ^+ Well. f. der Positronen, ψ_ϱ^- die der Elektronen), so sieht das „Schema (3)" folgendermaßen aus:

$$
\begin{aligned}
H = \int dV \Big\{ & \alpha^k_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*-}\Big(\frac{hc}{2\pi i}\frac{\partial \psi_\sigma^-}{\partial x_k} + e\,\psi_\sigma^- \Phi_k\Big) + mc^2 \alpha^4_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*-} \psi_\sigma^- \\
& - \alpha^k_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*+}\Big(\frac{hc}{2\pi i}\frac{\partial \psi_\sigma^+}{\partial x_k} + e\,\psi_\sigma^+ \Phi_k\Big) - mc^2 \alpha^4_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*+} \psi_\sigma^+ \\
& + \alpha^k_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*-}\Big(\frac{hc}{2\pi i}\frac{\partial \psi_\sigma^{*+}}{\partial x_k} + e\,\psi_\sigma^{*+} \Phi_k\Big) + mc^2 \alpha^4_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{*-} \psi_\sigma^{*+} \\
& + \alpha^k_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{+}\Big(\frac{hc}{2\pi i}\frac{\partial \psi_\sigma^-}{\partial x_k} + e\,\psi_\sigma^- \Phi_k\Big) + mc^2 \alpha^4_{\varrho\sigma}\, \psi_\varrho^{+} \psi_\sigma^- \\
& - \frac{1}{2} F_{4k} F_{4k} + \frac{1}{4} F_{ik} F_{ik} \Big\}
\end{aligned}
$$

Nebenbedingung: Ex div $\mathfrak{f} = -4\pi e\left(\psi_\varrho^{*-}\psi_\varrho^{-} \mp \psi_\varrho^{*+}\psi_\varrho^{+} + \psi_\varrho^{-}\psi_\varrho^{*+} + \psi_\varrho^{+}\psi_\varrho^{*-}\right)$.

Soweit wäre alles einfach und Dirac u. Peierls' Schema unterzuordnen. Nun heissen aber die V. R. **nicht** etwa:

$$\{\psi_\varrho^{*-}, \psi_\sigma^{-}\} = \delta_{\varrho\sigma}\,\delta(pp'); \quad \{\psi_\varrho^{*-}, \psi_\sigma^{+}\} = 0 \quad \text{u.s.w.}$$

sondern:

$$\{\psi_\varrho^{*-} + \psi_\varrho^{+}, \psi_\sigma^{-} + \psi_\sigma^{+*}\} = \delta_{\varrho\sigma}\,\delta(p+p')$$

$$\{\psi_\varrho^{*-} + \psi_\varrho^{+}, \psi_\sigma^{-*} + \psi_\sigma^{+}\} = 0 \quad \text{u.s.w.}$$

Dies ist ganz anders als bei Dir und Peierls! Aus diesem Grunde sehe ich keine Möglichkeit, in einfacher Weise die „Wahrscheinlichkeit dafür, ein positiv. El. an der Stelle x zu finden" einzuführen.

Physikalisch bedeutet mein Bedenken: Es ist prinzipiell unmöglich, durch Beobachtung festzustellen, dass zur Zeit $t = t_0$ ein Elektron an der Stelle $x = x_0$ (genauer als $\frac{h}{mc}$) war; denn die Beobachtung (etwa durch γ-Strahl-Mikroskop) wird selbst eventuell zur Bildung neg. und positiver Elektronen Anlass geben können, das zur Beobachtung verwendete Lichtquant kann „aufspalten". Nur bei Beobachtung mit Licht $h\nu \ll 2mc^2$ hat es einen Sinn, vom Ort des Elektrons zu sprechen.

In der Löchertheorie ist eben der Begriff „Teilchendichte" ebenso problematisch, wie in der Lichtquantentheorie. Es kann trotzdem wohl sein, dass man im Koordinatenraum auch bei der Löcherth. rechnen kann, ähnlich wie Landau u. Peierls es für die Lichtquanten getan haben – mir scheint ein solches Verfahren aber nicht natürlich. Es treten dann jedenfalls wieder so abscheuliche Integraloperatoren auf ($\frac{1}{\sqrt{\Delta}}$!!), denen man anschaulich nichts mehr ansieht. – Oder siehst Du einen Weg, dieser Koord. Raumtheorie einen einfachen Sinn zu geben?

Deine Frage betreffs der Coulombschen Wechselwirkungsenergie kann ich gerne beantworten. Bezeichnet man mit $A_{ab,cd}$ das Integral

$$A_{ab,cd} = \sum_{\sigma,\varsigma} \int u_\varsigma^{*a}(P)\, u_\varsigma^{b}(P)\, u_\sigma^{*c}(P')\, u_\sigma^{d}(P') \frac{1}{r_{PP'}}\, dv\, dv',$$

so wird die gesamte Coulombenergie:

$$\frac{e^2}{2}\Big\{ \sum_{st} N_s N_t (A_{ss,tt} - A_{st,ts}) + \sum_{\alpha\beta} N_\alpha N_\beta (A_{\alpha\alpha,\beta\beta} - A_{\alpha\beta,\beta\alpha})$$

$$-2 N_s N_\alpha (A_{ss,\alpha\alpha} - A_{\alpha s,s\alpha})$$

$$+\sum_{s} N_s \Big(\sum_t A_{stts} - \sum_\alpha A_{s\alpha\alpha s}\Big) + \sum N_\alpha \Big(\sum A_{\alpha\beta\beta\alpha} - \sum_s A_{\alpha ss\alpha}\Big)$$

$$+\sum_{\alpha,s} A_{\alpha ss\alpha} \Big\}.$$

Die ersten beiden Zeilen geben die übliche Coulombenergie, die dritte die Selbstenergie der Elektronen u. der Löcher, die vierte eine auch für den völlig leeren Raum vorhandene Art von Selbstenergie. Für die Auswertung der Selbstenergien braucht man natürlich immer wieder deine Formel:

$$\sum_\alpha u_\sigma^{\alpha *}(P) u_\varrho^\alpha(P') - \sum_s u_\sigma^{s *}(P^*) u_\varrho^s(P')$$

$$= \left(\sum \alpha_i \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x_i} + \alpha_4 mc\right)_{\sigma\varrho} D(x-x').$$

Über die Frage der relativistischen Invarianz weiss ich nichts Neues. Ich glaube aus den vorhin gesagten Gründen nicht, dass die Koordinatenraumtheorie besonders geeignet sein wird, die rel. Invarianz zu zeigen, und bei den Lichtquanten lässt sich doch bei Landau u. Peierls die Invarianz nicht trivial einsehen.

Dass die Löchertheorie noch zu mancherlei Scheusslichkeiten führen wird, solange die Selbstenergie nicht in Ordnung gebracht werden kann, das glaub ich gern. —

Am 10. August komme ich in die Schweiz, will aber dann zunächst 14 Tage in der Bernina wandern. Schreib mir bitte Deine Adressen während der Zeit vom 15.8 – 5.9! Viele Grüsse

Dein W. Heisenberg.