## Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 03.06.1927
Stichworte: Vertauschungsrelationen elektromagnetischer Feldgrößen
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-049r
Meyenn-Nummer: 165

UNIVERSITETETS INSTITUT
FOR
TEORETISK FYSIK

BLEGDAMSVEJ 15, KØBENHAVN Ø.

DEN 3.6. 1927.

Lieber Pauli!

Gott sei Dank kann ich Ihnen heut wieder einmal richtig über Physik schreiben und alles andere vergessen; aber viel Neues hab ich wohl doch nicht, nur hab ich jetzt Ihre und Jordans Vorarbeiten, glaub ich, restlos verstanden. ~~Ihr~~ ~~Den~~ Der von Ihnen betrachtete Fall einer Lagrange-Funktion, die nur von den $q$ und $\dot q$ abhängt u. bei der $p_0$ und $q_0$ unabhängig u. willkürlich wählbar sind, ist ja sicher so in Ordnung, wie Sie schreiben. Er ist aber, wie Sie schreiben, auf die Elektrodynamik nicht anwendbar, weil ($\operatorname{div} \mathfrak{A} =$) $\operatorname{div} \mathfrak{f} = 0$ ist. Dies zeigt ja auch direkt Ihre Vertauschungsrelation, deren Faktor 2 sicher in Ordnung ist. Nun glaub ich, dass ~~man~~ Ihre u. Jordans Theorie doch auf einigen Umwegen angewendet werden kann, wobei allerdings die invariante Schreibweise ganz „in die Binsen geht". Man führe nämlich den Hertzschen Vektor $\mathfrak{z}$ ein: $\operatorname{rot} \mathfrak{z} = \mathfrak{A}$; ferner den Vektor $\mathfrak{W} = \frac{1}{c}\dot{\mathfrak{z}}$. Dann soll für $\mathfrak{z}$ u. $\mathfrak{W}$ die Gleichg $\Delta \mathfrak{z} - \frac{1}{c^2}\ddot{\mathfrak{z}} = 0$ bzw. $\Delta \mathfrak{W} - \frac{1}{c^2}\ddot{\mathfrak{W}} = 0$ bestehen. Diese leitet man aus einem Variationsprinzip ab:

kursiv!

$$L = -H\,\frac{1}{2}\iint\left[(\operatorname{rot}\mathfrak{W})^2 + (\operatorname{div}\mathfrak{W})^2 - \frac{1}{c^2}\dot{\mathfrak{W}}^2\right] dx\,dy\,dz\,dt$$

$\mathfrak{A} = -\frac{1}{c}\dot{\mathfrak{z}}, \quad \varphi = \operatorname{div}\mathfrak{z}$

$\sum_{ik}\left(\frac{\partial W_i}{\partial x_k} - \frac{\partial W_k}{\partial x_i}\right)\delta\frac{\partial W_i}{\partial x_k} + \sum \frac{\partial W_k}{\partial x_k}\,\delta\frac{\partial W_i}{\partial x_i}$

dass ich $\mathfrak{W}$ nehme u. nicht $\mathfrak{z}$ geschieht aus Dimensionsgründen. Die Hamiltonfunktion wird

$$H = \frac{1}{2}\int dx\,dy\,dz \left[(\mathrm{rot}\,\mathfrak{W})^2 + (\mathrm{div}\,\mathfrak{W})^2 + \frac{1}{c^2}\dot{\mathfrak{W}}^2\right]$$

$\cancel{\mathfrak{p}}$ $\mathfrak{P} = \frac{1}{c^2}\dot{\mathfrak{W}}$, und die Vertauschungsrelationen wird

$$\mathfrak{p}_k^1 \mathfrak{W}_k^2 - \mathfrak{W}_k^2 \mathfrak{p}_k^1 = \frac{h}{2\pi i}\,\delta(1-2) \text{ oder}$$

$$\dot{\mathfrak{W}}_k^1 \mathfrak{W}_k^2 - \mathfrak{W}_k^2 \dot{\mathfrak{W}}_k^1 = \frac{h}{2\pi i}\,c^2\,\delta(1-2).$$

Hier gelten also die Vertauschungsregeln — (Hurra!! Eben telefonierte mir Jordan, dass Sie Dienstag nach Kopenhagen kommen, das ist eine der vielen ~~guten~~ wirklich guten ~~besten~~ Ideen, die Sie ~~je~~ gehabt haben!) – in Ihrer Form für jede Koordinate. D.h.

$$\mathfrak{p}^1 \mathfrak{W}^2 - \mathfrak{W}^2 \mathfrak{p}^1 = \underline{\underline{3}}\,\frac{h}{2\pi i}\,\delta(1-2).$$

Von da kommt man leicht auch zu Ihrer Relation zwischen $\mathfrak{f}$ u. $\mathfrak{A}$: $\mathfrak{A}^1 \mathfrak{f}^2 - \mathfrak{f}^2 \mathfrak{A}^1 = 2\,\frac{h}{2\pi i}\,\delta(1-2)$ zurück. Der Schluss von $\mathfrak{W}$ auf $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{f}$ wird wohl auch keine Schwierigkeiten haben. Aber über die ganze Methode ist natürlich zu sagen: Schön ist anders; denn alle Invarianz ist beim Teufel. Ich glaube man soll sich ernsthaft um Variationsprobleme mit Nebenbedingungen kümmern, anders wirds doch nie was richtiges.

Aber nun können wir ja das alles am Dienstag genügend besprechen; ich freue mich „unbändig" auf Ihr Kommen. Viele herzliche Grüsse

Ihr W. Heisenberg.