

Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg

an: Pauli

Datum: 23.02.1927

Stichworte: Heisenberg-Mikroskop, Unbestimmtheitsrelation kanonisch konjugierter Variablen, "Bahn" entsteht durch Beobachtung

Ursprung: Pauli Archiv in Genf

Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-042r

Meyenn-Nummer: 154

Veröffentlichung mit freundlicher Genehmigung der Familie Heisenberg und des Pauli-Archivs in Genf.

Copyright (c) Heisenberg-Gesellschaft e. V., München, VR 204617, 2016

Reproduktion (auch auszugsweise) nur mit Erlaubnis der Rechteinhaber.

UNIVERSITETETS INSTITUT
FOR
TEORETISK FYSIK

BLEGDAMSVEJ 15, KØBENHAVN Ø.

DEN 23. 2. 1927.

NACHLASS
PROF. W. PAULI

Lieber Pauli!

Vielen Dank für Brief u. Karte. Mit Ihrem Programm hinsichtlich der Elektrodynamik bin ich sehr einverstanden, nicht ganz aber hinsichtlich der Analogie:

Qu.-W. Mechanik: klassischer Mech = Qu. Elektrodyn.: klas. Maxw. Th.

Dass man die Maxwell'schen Gl. quanteln soll, um die Lichtquanten "i. v. a. la. Bragg" zu bekommen, glaub ich schon, aber man soll dem vielleicht doch auch später die de Broglie Wellen quanteln, um Ladung und Masse u. Statistik (!!) der Elektronen u. Kerne zu bekommen.

Aber ich hab über diese Fragen wenig nachgedacht. Heute wollte ich Ihnen ~~noch~~ einen Teil der Überlegungen schreiben, die ich unter dem anschaulichen Linn der (unklassischen) und durch Dirac-Jordan doch ziemlich mathematisch abgeschlossenen Theorie gemacht hab; dadurch hoff ich mich selbst darüber klarer zu werden. Also ich fang gleich an:

1.) Was versteht man unter dem Wort: "Ort des Elektrons"? Diese ~~Antw.~~ Frage wird nach bekanntem Kunsttrick durch die andere zu ersetzen sein: "Wie bestimmt man den Ort des Elektrons?" Man nehme etwa ein Mikroskop mit hinreichend gutem Auflösungsvermögen und

phänomene des Elektrons an. die Genauigkeit hängt von der Wellenlänge des Lichtes ab. Durch hinreichend kurzwelliges Licht lässt sich der Ort des Elektrons (eventuell seine Grösse) ^{beliebig} genau feststellen, das gleiche kann durch ~~Grössenveränderung~~ ^{von} sehr schnellen Teilchen auf das Elektron erreicht werden. Diesen Linn hat es also auch, wenn ^{das Elektron als} ~~wir~~ ^{von der Körperpunkte} ~~bezeichnen~~ ^{in einem mechanisch. betrachteten} Erfahrungsgemäss stören wie das Elektron durch Comptoneffekt bzw. Stoss durch eine solche Beobachtung eines Ortes vollständig. Der Impuls p ist im Augenblicke, wo der Ort "q" ist, ganz ^{bestimmt}: $p q - q p = \frac{h}{2\pi}$.

2.) Was versteht man unter "Bahn" des Elektrons?

Unter Bahn versteht man eine Folge von Raumpunkten die zu verschiedenen Zeiten ^{als} ~~den~~ ^{Platz} des Elektrons festgestellt werden. "Der Planet X bewegt sich in der Bahn B um die Sonne" heisst: Durch Beobachtung ^{vernachlässigbar} ~~der~~ ^{betreffend} die ihrerseits die Bewegung des Planeten ~~betreffend~~ wenig beeinflussen, ist es möglich, den Planeten ~~zu~~ ^{zu} verschiedenen Zeiten an guten verschiedenen Orten festzustellen.

3.) Also hat es keinen Linn, ~~aber~~ ^{man} ~~sagen~~ ^{vielleicht} ~~die~~ ^{die} "Bahn" des Elektrons im Wasserstoffatom zu sprechen. Denn wenn wir überhaupt den Ort des Elektrons wesentlich genauer als 10^{-8} cm bestimmen wollen, wird durch eine einzig

Beobachtung des Atoms schon zerstört. Das Wort
 15-„Bahn“ ist also schon rein experimentell vorzu-
 sagen, d.h. ohne Kenntnis der Theorie ein Wissen.
 Dagegen lässt sich die gedachte Ortsbestim-
 mung an vielen At 15-Wasserstoffatomen wieder-
 holen; also muss es eine exakt feststellbare
 Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Orte des
 Elektrons geben (diese ist bekanntlich $\psi_{15}(q) \psi_{15}^*(q)$,
 wenn die Energie 15 vorgegeben ist, die Wahrscheinlich-
 keitsfunktion entspricht dem Mittelwert der
 klassischen „Bahnen“ über alle Phasen. Man kann,
 wie Jordan, sagen, dass die Naturgesetze statistisch
 seien. Man kann aber, und das scheint mir wesentlich
 weiser, mit Dirac sagen, dass alle Statistiken erst
 durch unsere Experimente hereingebracht ist. Dass
 wir nicht wissen, an welcher Stelle des Elektron
 im Augenblick unseres Besuchs sein wird, kommt
 vorausgesetzt man behauptet, dass wir die Phase (nicht
 kennen, wenn wir die Energie kennen: $|\nabla \psi - v \nabla \psi = \frac{h}{2m} \nabla^2 \psi$
 und in der klassischen Theorie war es d in
diesem Punkte auch nicht anders. Dass wir
 die Phase nicht kennen, lernen können - ohne
 aber wieder das Atom zu zerstören, ist charakteri-



4.) Ganz analoge Berechnungen lassen sich über
den ~~der~~ Geschwindigkeit des Elektrons anstellen.
Zur Definition des Wortes "Geschwindigkeit des
Elektrons" sei etwa folgendes Experiment ver-
wandt: In einer gewissen Zeit t mache man
alle Kräfte auf das Elektron ^{plötzlich} Null, dann wird
das Elektron "geradlinig" weiterlaufen, hierbei
bestimme man die Geschwindigkeit etwa durch
Dopplereffekt ^{eines} ~~des~~ ^{gestreuten} roten Lichtes.
Die Genauigkeit wird umso grösser je näher das
betreff. Licht ist, denn ~~mass~~ aber auch das
Elektron entsprechend lang ohne ~~zu~~ äusser Kräfte
laufen. Danach schalte man die Kräfte wieder
ein. Die Genauigkeit hängt ab von der Länge des
weges, die das El. ohne Kräfte läuft: $\sqrt{pq - q^2} = \frac{h}{2\pi m}$
Hieran kann man wieder die gleichen Schlüsse
wie oben über die Unmöglichkeit einer Funktion
 $p(x)$ etwa für die IS - Beha eines Stromanschlusses.

5.) Solche Berechnungen lassen sich für alle
kanonischen Koordinaten wiederholen. Man
wird stets finden, dass alle denkbaren Experimente
diese Eigenschaft haben: dass wenn eine Grösse p
mit einer Genauigkeit festgelegt ist, die durch
den mittleren Fehler p_1 charakterisiert ist, so

III

(kanonisch konjugierte

kann die Koordinate q gleichartig mit einer Genauigkeit angegeben werden, die durch den mittleren Fehler $q_1 \approx \frac{h}{2\pi p_1}$ charakterisiert ist. Mathematisch lässt sich dies nach Dirac-Jordan ausdrücken: Es sei (q, η) eine besondere Lichtkeitsamplitude für q für einen gewissen Parameterwert η , derart dass (q, η) nur im Bereich $q_0 - q_1 < q < q_0 + q_1$ von Null merklich verschieden ist, denn wir d

$(\frac{h}{2\pi i} = ik)$ $(p, \eta) = \int_{\text{von Null}}^{+\infty} (q, \eta) e^{\frac{(p-p_0)(q-q_0)}{ik} dq}$ $\{q_0 \text{ ist } (p_1, q) = e^{ik}$

mit merklich verschieden, wie man aus dieser Gl. abliest, wenn $\frac{(p-p_0)q_1}{ik}$ von null höherer Größenordnung als 1 ist. d. h. $p_1 = \frac{h}{q_1}$, (p, η) wird nur zwischen $p_0 - p_1 < p < p_0 + p_1$ merklich von Null verschieden.

In anderen Worten: wir können, dass q als trigonometrische Form von $q(\eta', \eta'')$ (eine besondere Lichtkeitsamplitude) vorgegeben. Ausgedrückt habe ich diese mathematische Möglichkeit weiter nicht, wie scheint, sie liefert aber über Dirac nichts viel neues. Wenn z. B. q als Metrische $g(\eta', \eta'')$ festgesetzt wird, so liefert die lineare Integralgleichung

$g(q, \eta'') = \int g(\eta', \eta'') \cdot g(\eta', \eta'') d\eta$

die Transformationsfunktion (9.11) und alles weitere.
Also lassen wir wieder die Mathematik und gehen
zur Physik. Man kann nach dem bisherigen sagen:
Die ^{Grund für die An.M., was die} ~~besten~~ ~~erklärten~~ ~~etwa~~ ~~der~~ ~~Relati-~~
~~vität~~ ~~der~~ ~~Gleichzeitigkeit~~ ~~folgt~~ ~~der~~ ~~Relativit.~~ ~~theorie~~ ~~be-~~
~~deutet~~. Wenn es je ein Experiment gäbe, das
 p und q gleichzeitig und genau zu bestimmen
gestattete, müsste die An.M. notwendig falsch
sein. Man kann den quantenmechanischen Grund
oder Mathematik nicht eindeutig darlegen, aber
eine Zahl mit einer gegebenen Ungenauigkeit zu ordnen.
Für diese Zahlen gelten bis, innerhalb der gegebenen
Genauigkeit, die Klassischen Gleichungen.
(dies ist leicht zu beweisen).

6.) Der Übergang von Mikro- zu Makromechanik.

Die folgenden Überlegungen sind mir eigentlich das
wichtigste am ganzen: Best nicht ist sagen, wie
dieser ^(von Mikro- zu Makromech.) Übergang nicht geht. Schrödinger nimmt an,
es sei möglich, Eigenfunktionen des Atoms so zu
addieren, dass Wellenpakete resultieren, die periodisch
für beliebige Zeit beidammer bleiben und die perio-
dische Bewegung des Elektrons liefern. Man kann
man aber leicht sehen: Solche Wellenpakete müsste,

vil der Elektron der klassiske Bahn, der Kædetunge
 in Fourierreihen (Frequenz gemæst. Φ Vielfaches einer
 Grundfrequenz) an Anlauf geben. dass ~~von~~ aber die
 Eigenfunktionen nie - ausgenommen eben den Special-
 fall des Oscillators. Lie ~~von~~ es aber næherungsweise,
 abn der heisst nun, dass der Wellenzeit ^{erst} (nach hin-
 reicher Länge Zeit ~~erst~~ verlæuft. Und sind die
 Phasenbeziehungen, wie Ihnen bekannt undes, als
 klassisch.) Dies zeigt, dass Schrödinger's Vorschlag
 nicht geht und dass es ganz hoffnungslos scheint,
 zu einer "Bahn" zu kommen. Man kennt diese
 Schwierigkeit ja lange; u. hat sich auch ab u.
 zu auf die Wellenlängebreite hin und wieder
 versucht; ganz zu Unrecht, denn erstens versagt
 diese Ansæde gleich beim H-Atom, zweitens
 muss der Wegang zu klassischer Theorie auch
 ohne Wellenlänge denkbar sein.

Die Lösung ~~ist~~ kann man, glaub ich, prägnant
^{den Satz} ~~das~~ durch ausgedrückt werden: Die Bahn entsteht
 erst dadurch, dass wir sie beobachten. ¹⁾ Dies mein ich

1) Durch Streulicht oder Stoss, ist daher immer gleich, ich heb immer
 aus Streulicht gedeutet; da ist aber eigentl. Wellenkräfte nicht einstellbar
 will, vären Stöße wohl konsequenter.

so: Bei hohen Quantenzuständen werden wir des Atoms mit hinreichendem langwelligem Licht beleuchten können, so, dass zwar die Genauigkeit der Ortsbestimmung des Elektrons schlecht ist gegen die Bahndimensionen, dass aber doch der Compton-Effekt des Elektrons relativ wenig stört. (Es wird es zwar von der ^{etwa} ~~10¹⁰~~ ^{10¹⁰} 1000 000 in die 100 1000 "Quanten" ^{mit Zeit t_0} werfen, aus dem Atom). Wenn wir einer solche Beobachtung geneigt haben, so werden wir also eine Lösung der Wellengleichung ^{konstanten} suchen, die nur Zeit t_0 für den Ort des Elektrons der Platz q_0 mit der betreffenden Genauigkeit ergibt; z. B. ein Wellenpaket à la Schrödinger. Entsprechend der Ungenauigkeit dieser Ortsbestimmung wird die Lage des Elektrons nach einiger Zeit nur statistisch zu verfolgen sein. Das Wellenpaket hat sich (wie dies auch die Systemtheorie im klassichen Phasenraum ~~ausgeführt~~ ^{ausgeführt} würde!!) ausgebreitet (ausgenommen Spezialfälle, wie die ~~gerade~~ ^{gerade} kreisförmige Bewegung). Durch eine neue Beobachtung wird der Ort neu bestimmt. Aus der Fülle der durch das verbreitete Wellenpaket gegebenen

V

durch das Experiment Lösung ab gegeben.
 Möglichkeiten sind wieder eine bestimmte Ausge-
 wähl, die man wieder - der betreffenden Ingenanz-
 keit entsprechend - durch ein Wellenpaket geeignet
 ersetzen mag, ~~u. p. v.~~ dieses besteht sich wieder aus
 a. p. f. kann möchte dagegen zunächst einwenden,
 dass es ~~so~~ unsinnig sei, wenn man durch die
 Beobachtung selbst produzieren erst eine Bahn durch
 ständige Reduktion des Wellenpakets schafft; es
 soll doch, bis auf den mechanischen Einfluss des
 Skorals, dasselbe heraus kommen für den Ort (zur
 Zeit $\frac{1}{2}$ ~~gleichviel~~, ~~ob~~ ich zur Zeit $\frac{1}{2}$ beobachtet habe
 oder nicht. Dass dieser Einwand nicht berechtigt
 ist, liegt eben in der Linearität der Transforma-
 tions- oder Wellengleichungen und dies scheint mir
 der tiefste Grund für jene Linearität (weshalb ist
 sie auch für relativistische Gauß. um \mathcal{R} keinen
 Preis angegeben will). Wenn niemand zur Zeit
 $\frac{1}{2}$ nichts beobachtet ist, so veris ist ja nicht,
 wo das Elektron zur Zeit $\frac{1}{2}$ war; also muss ich
 hinsichtlich des Verhaltens in $\frac{1}{2}$ doch mit allen
 Möglichkeiten z. Z. $\frac{1}{2}$ rechnen; d. h. alle Lösungen, die

den Möglichkeiten z_1 & z_2 entsprechen, doch addieren,
und kommen damit zum größeren vollen Paket zurück.
Die Summe von Lösungen ist aber wieder eine Lösung!!
Der oben gemachte oben gegen Schrödingler bei angeführte

Ergebnis wegen der Periodizität der Bahn ist also
so zu beantworten: Bei Strahlung durch das Licht,
mit dem ich ^(oder die Größe der Periode) beobachte, korrigiert den Periodi-
zitätscharakter zu einer "Bahn". Die Bahnen
sind, der Ungenauigkeit der Anfangsbedingungen
entsprechend, nur ungefähre, d.h. statistisch bestimmt.
Drei ^{wegen dieser Ungenauigkeit} wären sie ~~einander~~ ^{einander} klein, aber die Statistik
ist eine andere.

Dass jedes experimentelle Datum so aufgefasst werden
soll, dass aus allen Lösungen der Maxwells-Gleichungen
solche ausgewählt werden ~~zu~~ sollen, die ^{dem} ~~einigen~~ bestimmten
"Zustand" entsprechen und dass die ~~bedeutend~~ bedingte
in diesen Anfangsbedingungen notwendige Ungenauig-
keit den statistischen Charakter unserer Befehrer bedingt,
mag zunächst etwas befremden. Ich möchte also noch
an einigen Beispielen zeigen, wie gemeint ist.

7.) Es seien Atome im Zustand 2 vorhanden,
die durch Strahlung ~~was~~ in den Normalzustand 1
übergehen können. Die Lösung der Wellengleichung
kann nach Dirac-Born etwa in der Form

$$\psi(q, t) = e^{-\frac{E_2 t}{\hbar}} \psi(q, E_2) e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t} + \left(\sqrt{\frac{1 - e^{-bt}}{2}} \right) \psi(q, E_1) e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t}$$

geschieden werden, wenn ich zur Zeit $t = 0$ weiss, dass das Atom im Zustand 2 ist. Um die Energie zu bestimmen, werde etwa ein Stern-Galilei-Versuch mit Gravitation z.B. unternommen. Um die Energie mit einer gewissen

Genauigkeit zu sehen, muss man das Atom ein gewisses Stück so langsam laufen lassen, sagen wir: man teile den ganzen Weg in Stücke der Länge l in ein und bestimmt in jedem die Ablenkung. Das kann man auch so schreiben: man teilt die Zeit in Stücke der Länge T ein, die Genauigkeit der Energiebestimmung ist durch T bedingt. Dann bilde man also die nach anderen beiden transformierten Wellenfunktionen

$$\psi(q, E) ; \text{ etwa } \psi(q, E) = \int_0^T \psi(q, t) e^{i \frac{E}{\hbar} t} dt \quad \psi(q, E) = \int_T^{2T} \psi(q, t) e^{i \frac{E}{\hbar} t} dt$$

$\psi(q, E) \quad \text{u. s. w.}$

die $\psi(q, E)$ geben direkt die Wahrscheinlichkeit einer gewissen Energie E . z. B.

$$\psi(q, E) = \psi(q, E_0) \int_0^T e^{-bt + \frac{E - E_2}{\hbar} t} dt + \psi(q, E_1) \int_0^T (1 - e^{-bt}) e^{i \frac{E - E_1}{\hbar} t} dt$$

der Zeitpunkt des Übergangs ist bis zu auf Größen der Ordnung T so bestimmbar und T kann bis

auf Größe der Ordnung $\frac{k}{E_1 - E_2}$ herab gedrückt werden.

$$(E_1 - E_2 = \hbar \omega).$$

Die Wellengleichung u. deren Lösung kann aber
noch so auf gefasst werden: wenn die im
Zeitintervall $10 T$ bis $11 T$ gemessen wird, dass
das Atom noch im Zustand 2 ist, so kann alles
folgende mit Wahrscheinlichkeit durch die diejenige
Lösung beschrieben werden, die für $t = 11 T$ aus
 $\psi(q, E_2)$ allein besteht (wie früher für $t = 0$).
Wenn ich messe, dass im Intervall $50 T$ bis $51 T$
das Atom im Zustand 1 ist, so kann zur Beschreibung
alles folgenden diejenige Lösung verwendet werden,
für die für $t = 51 T$ aus $\psi(q, E_1)$ allein besteht.
Die letztere Lösung sagt dann etwas mehr aus,
als die alte, nämlich dass das Atom nicht weiter
übergeht. Aber alle diese Auffassungen sind der
Wellengleichung mit möglich ist nicht widersprechend, liegt
denn, dass die Summe von Lösungen wieder
eine Lösung ist.

8. Aus all diesem geht hervor, dass z. B. auch
die Übergänge einigen
Platz in der Qu. M. haben und nicht besser oder

VII

schlechte bestimmt sind, als etwa die Energien
 „stationäre“ Zustände. Die vorher genannten medierenden
 Gleichungen, die alles bestimmen, sind aber die
 Helmholtz-Relationen. Es ist für diese Relationen
 gleichgültig, in welcher Richtung welcher „Hauptachsen“
 man die „Koordinaten“ legt; d. h. was man als
 Diagonalmatrix schreibt oder als ^{gegeben} ~~gegeben~~ Matrix.
 oder nicht. Schreibt das Kerngruppen eines bestimmten
 Zahlwertes einer solcher Koordinate bedeutet aber
 notwendigerweise ^(das) ~~ein~~ Teil des ganzen q.u.m.
^{gegeben, bekannt ist} ~~Medien~~, der auf die anderen Teile nur ungenau
 Rückschlüsse zulässt. Die „Energie“ oder die „stationäre
 Zustände“ können hier noch aber die bevorzugte ^{Stellung}
 ein, die sie so lange vor den „Ort des
 Elektrons“ u. s. w. vorgehabt hatten: man kann
 z. B. leicht ein Beispiel konstruieren, wo die
 von den Atomen mit die Phasen, ~~das~~ ^{genau} ~~her~~ die
 Werte der W ^{genau} ~~bekannt~~ ^{dem} sind, während Energie und
 die ∇ notwendig unbestimmt sind. Dies ist
 die Resonanzfluoreszenz !! Alle Atome absorbieren

in Phase; die Frage nach dem Zustande stationären
 in den die Atome des Fluor. Licht stellen
 Zustand ist offenbar sinnlos und wäre diese
 alle Bohr - Kramers'sche Frage nicht prinzipiell un-
 beantwortbar, so wäre die G. M. falsch, weil dann
 $\int \dot{w} - v \dot{T} = ik$ unmöglich wäre. Nun ist es
 klar, was das Bohrsche berühmte Gedankenexperiment
 bedeutet, über das wir in Düsseldorf sprachen. Bei
 der Fluoreszenz sind die Phasen bestimmt, die
 Energien unbestimmt, das Magnetfeld so verändert
 das mechanische System so, dass die Energien
 bestimmt werden, also werden die Phasen unbestimmt
 mit $\int \dot{w} - v \dot{T} = ik$. Unsere Düsseldorfer Lösung war
 also doch richtig.

So, diese Beispiele kann man ad infinitum
 fortsetzen. Wenn man, wie ich glaube, dass man
 eine physikalische Gesetze anscheinlich versteht, wenn
 man in jedem Fall gefühlsmässig gleich sagen kann, was
 heraus kommt, so helfen solche Überlegungen da
 aber vielleicht ein bisschen weiter, nur haben sie
 jedenfalls mein Gewissen erleichtert. Aber ich behaupte
 wohl, dass man erstens sagen kann, dass es alles
 Schmal sei; zweitens, dass es reine Spekulation ohne
 rechten Hintergrund sei und schliesslich, dass es vielleicht
 in vielen Punkten noch unklar ist; das sein ich sehr
 gut, aber muss etwas klarer zu machen muss ich immer
 davon schreiben. Nun hoff ich auf Ihre unbedingte
 Kritik. Viele Grüsse aus ganzem Institut, bis. Die selbst
 v. Heisenberg.