Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 27.01.1926
Stichworte: Operatoren und zyklische Koordinaten
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-033r
Meyenn-Nummer: 117

Göttingen 27.1.1926

Lieber Pauli! Zunächst nochmal vielen Dank für Ihre Einladung und den gemütlichen Abend! Ich hab mir seitdem einiges über das Kapitel „zyklische Variable" überlegt u. möcht Ihnen kurz erzählen: Denkt man an ein System von einem Freiheitsgrad, so kann man, wie neulich besprochen, J und w definieren, so, dass $Jw - wJ = \varepsilon \left(= \frac{h}{2\pi i}\right)$, dass ferner H nur von J abhängt, dass ferner, ~~bei~~ wenn $x, y \dots$ periodisch in den w ($\sim e^{2\pi i w}$) ist, gilt $J = \mathrm{const} + n\frac{h}{2\pi}$ (es ist praktischer, das 2π zum J hinzuzunehmen). Dann wird nach den Bewegungsgleichungen $\dot{w} = \frac{\partial H}{\partial J}$ und aus dieser Gleichung heraus kann man, wenn $H(J)$ bekannt ist, den Operator w als $w = t \cdot w(D) + w_1(D)$ bestimmen. Die Schwierigkeit war nun folgende: wenn irgendeine periodische Funktion z.B. $e^{iw\tau}$ von w gegeben ist, wie kann man direkt zeigen, dass $e^{iw\tau} = e^{i\frac{H(n) - H(n-\tau)}{h}t}$ wird? Diese Rechnung hab ich nun wirklich durchgeführt und sie ist sehr einfach: man bilde $\left(e^{iw\tau}\right)^{\cdot}$ d.h. in <u>früherer</u> Schreibweise $\frac{d}{dt}\left(e^{iw\tau}\right)$, womit aber nicht der Operator D, sondern $D\left(e^{iw\tau}\right) - \left(e^{iw\tau}\right)D$ gemeint ist. Dies ergibt

$$\frac{d}{dt}\left(e^{iw\tau}\right) = \frac{d}{dt}\sum \frac{i^n (w\tau)^n}{n!}$$

; beim Differenzieren hat man nun zu beachten, dass $\frac{d}{dt} w^n = \dot{w} w^{n-1} + w \dot{w} w^{n-2} + \dots w^{n-1}\dot{w}$, ferner $w\dot{w} - \dot{w}w = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial J}\dot{w} = -\varepsilon \frac{\partial^2 H}{\partial J^2}$; $w\frac{\partial^2 H}{\partial J^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial J^2} w = -\varepsilon \frac{\partial^3 H}{\partial J^3}$ u.s.w.

Dann findet man

$$\frac{d}{dt}\left(e^{iw\tau}\right) = \Big(i\underset{\overset{\|}{\frac{\partial H}{\partial J}}}{\nu}\tau + \frac{\varepsilon}{2!}\tau^2\frac{\partial^2 H}{\partial J^2} - i\frac{\varepsilon^2}{3!}\tau^3\frac{\partial^3 H}{\partial J^3} + \dots\Big)\, e^{iw\tau},$$

Die Klammer links ist Diagonalmatrix und kann geschrieben werden $\dfrac{2\pi i\left[H(J) - H\left(J - \tau\frac{h}{2\pi}\right)\right]}{h}$, dessen Taylorentwicklung oben steht.

Hier sieht man, glaube ich, doch direkt durch, wie das ν_{qu} aus dem Formalismus herauskommt.

Aus dieser Rechnung aber ~~entnehm~~ kann man wohl auch für unser Wasserstoffbeispiel direkt entnehmen, dass $\bar{\dot q} = \dfrac{\partial H}{\partial n} \sim \dfrac{2Rh}{n^3}$ ist. Denn der mit t lineare Teil von q kann $= w$ gesetzt werden, wo w zu n konjugiert ist und dann folgt $\bar{\dot q} = \dot w = \dfrac{\partial H}{\partial n}$ aus den Bewegungsgleichungen. Für die Goudsmitsche Theorie ist dies Resultat allerdings sehr traurig. Wenn Sie irgendeine Idee haben, schreiben Sie doch; ich weiss nicht, was man mit den Zeemaneffekten ohne den Goudsmit anfangen soll.

Aber nun erst schon wieder. Also nochmal vielen Dank u. viele Grüsse an Sie und ans ganze Institut!

W. Heisenberg.