Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 24.11.1925
Stichworte: Energie des Einzelatoms im 2-Teilchensystem, Energie in der Goudsmit-Theorie, Hinweis auf Dirac
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-029r
Meyenn-Nummer: 108

Göttingen 24. 11. 25.

Lieber Pauli! Zunächst vielen herzlichen Dank für Ihren philosophischen Brief; es hat mir viel geholfen, Ihre klare Meinung über all diese schwierigen Fragen zu hören, ~~und~~ leider ist meine eigene Privatphilosophie lang nicht so klar, sondern ein Durcheinander von allen möglichen moralischen und ästhetischen Rechenregeln, durch die ich mich selbst oft nicht mehr durchfinde.

Aber zur Physik; was ich neulich über Strahlung schrieb, war natürlich dummes Zeug; je mehr ich mich in das Problem hineindenke, desto mehr türmen sich mir die Schwierigkeiten auf. Aber ich bin doch ganz froh, dass ich mich nun allmählich hereinfinde u. hab auch noch Hoffnung, dass ich vielleicht später ein wenig klarer werden kann. Ihr Problem des zeitlichen Ablaufs spielt natürlich eine fundamentale Rolle und ich hätte mir für den Hausgebrauch einiges darüber überlegt. Zunächst glaub ich, dass man zwischen einem „groben" und einem „feineren" zeitlichen Ablauf unterscheiden ~~muss~~ kann. ~~Denn~~ Wenn ein Punkt im Raum (wie in der ~~klassischen~~ neuen Theorie) keinen bestimmten Platz mehr hat oder dieser Platz nur noch symbolisch formal definiert ist, so wird dasselbe auch für den Zeitpunkt eines Ereignisses gelten. Aber es wird stets einen groben Zeitverlauf geben, wie einen groben Platz im Raum, d.h. innerhalb unserer geometrischen Anschauung wird man doch eine grobe Beschreibung des Phänoneue durchführen können. Ich halte für möglich, daß diese grobe Beschreibung vielleicht das einzige ist, was man von einem Formalismus verlangen kann. Nun ist das Schöne, daß für rein periodische Bewegungen offenbar nicht einmal ein solcher grober Ablauf definiert werden kann, ~~die Fo~~ die Formeln lassen, so scheint mir, eine solche Interpretation nicht zu (d.h. man weiß vom Elektron nur, daß es eben ~~w~~ irgendwo nahe beim Kern ist). Wenn man aber ein ~~Elektron mit~~ eine aperiodische Bahn hat, d.h. ein Fourier-integral, so stimmt der – sagen wir: ultrarote Teil des Spektrums mit der klassischen Theorie überein, für ihn gelten eo ipso die gewöhnlichen Rechenregeln in guter Näherung (desto besser, je länger die Wellen) und gerade dieser ultrarote Teil gibt ja den groben zeitlichen Ablauf: Eine Bewegung, die der geradlinigen gleichförmigen Bewgg. hinreichend ähnlich ist, wird also so klassisch sein, wie irgend möglich. Aber sobald sich auch nur periodische Glieder überlagern, so ~~[illegible]~~ versagen unsere Raum-Zeitvorstellungen wieder völlig (Comptoneffekt). Als Beispiel zu dieser ganzen Betrachtung hab ich mir das Vorbeifliegen eines α-Strahls ~~an~~ an einem Atom mathematisch ein wenig zurecht gelegt. Die Kraftwirkung des Teilchens auf das Atom (ohne Rückwirkung zunächst; die Annahme scheint aber nachher nicht wesentlich) ~~kann~~ entspricht einem

Fourierintegral: $k(\nu'\nu'')\,d\nu'd\nu''$ oder wenn die Energie des α-Teilchens in engen Grenzen liegt im wesentlichen $\int k(\nu'\nu'')\,d\nu''$.
$k(\nu'\nu'') = a(\nu'\nu'')e^{2\pi i\,\nu(\nu'\nu'')t}$. Die Funktion S der Dispersionstheorie geht wird, wenn man ~~als~~ $H_1 = k\cdot x(mn)$ ansetzt:

(1) $$S_1(\nu'\nu'', mn) = \frac{k(\nu'\nu'')\,x(mn)}{\nu(\nu'\nu'')+\nu(mn)}.$$

Wenn nun das α-Teilchen sehr viel Energie hat, so gehört praktisch das ganze Spektrum zum erwähnten „ultraroten" Teil ((d.h. die mögl. Energieänderungen sind klein im Verhältnis zur Gesamtenergie)); es hat daher einen Sinn, das Fourierintegral wirklich auszuführen und man erhält

(2) $$S_1(mn) = \iint d\nu''\,k(\nu'\nu'')\,x(mn)\,dt = \int k(t)\,x(mn)\,dt$$

Die Funktion $k(t)$ hat nun die Eigenschaft, ~~für nur~~ für ein kleines Zeitintervall $t_1<t<t_2$ merkliche Werte zu besitzen. (Verlauf etwa)

Bildet man die Änderungen $(q_1=)\,x_1$ der Koordinaten des Atoms, so erhält man Ausdrücke vom Typus:

(3) $$x_1(nm) = \sum_k x(nk)\int k(t)\,x(km)\,dt.$$

Würde man rechts ~~statt~~ das ~~Feld~~ nicht ausgerechnete Fourierintegral schreiben, so erhielte man Ausdrücke der Form $x(nm, \nu'\nu'')$, die nach Kramers zu interpretieren wären als „Streulicht", bei dem das Atom das Lichtquant $h\nu(\nu'\nu'')$ aufnimmt und $h(\nu(\nu'\nu'')+\nu(mn))$ nachher wieder abgibt. Aus der Form (3) aber erfährt man jetzt noch mehr, nämlich dass nach der Zeit ~~$t>$~~ t_2 also $t>t_2$ nur noch Streulicht der Frequenzen $\nu(nk)$ übrig bleibt (das Integral wird zur Konstante!)

also Licht, ~~das~~ bei dem das Atom das Lichtquant $h\nu(km)$ aufgenommen hat und nachher ~~k~~ das Lichtquant $h\nu(mk)$ abgibt. Dies Resultat ~~bleibt~~ ~~von~~ auch noch richtig, wenn man die Rückwirkung mitnimmt. Dann hat zwar dann das Fourierintegral (da die klassischen Regeln nicht mehr gelten) als ganzes keinen Sinn mehr, aber der „ultrarote" Teil gibt immer noch den groben zeitlichen Verlauf. Integriert man über lange Zeiten t, so wird sogar dieser rote Teil allein massgebend und das obige Resultat bleibt richtig.

Also mir schien der Begriff des „groben" zeitlichen Ablaufs ganz nützlich. Ein Bedenken gegen die eben geschriebenen Rechnungen machte mir anfangs viel Kopfzerbrechen: Nach der Zeit t_2 wirkt ja auf das Atom keine Kraft mehr, also müsste man denken, dass eindeutig die bekannten Lösungen der Matrizenmühle herauskämen. Gl (3) gibt jedoch andere Lösungen (nämlich solche, wo Schwingungen anderer Zustände mit kleiner Amplitude auftreten). Nun ist es zunächst physikalisch klar, dass die Lösungen (3) ~~phys~~ eine wichtige Bedeutung haben, denn sonst könnte man Phasenbeziehungen bei der Resonanzstrahlung nicht verstehen. Andererseits ist auch die mathematische Bedeutung von (3) ganz richtig; es sind für $t > t_2$ Lösungen, bei denen die Energie des Atoms für sich konstant ist, aber keine Diagonalmatrix ist. (Die Energie des Gesamtsystems Atom + x-Teilchen ist natürlich konstant

u. Diagonalmatrix). Das Gesamtsystem ist aber insofern entartet, als die Energiewerte doppelt vorkommen (das „Lichtquant" kann sowohl im α-Teilchen, wie im Atom stecken). Diese Entartung bringt mit sich, dass die Energie des einzelnen Atoms nicht mehr Diagonalmatrix ist. Das letztere ist natürlich bis jetzt formaler Unsinn, aber vielleicht kommt später etwas dabei heraus. Entschuldigen Sie, wenn ich Ihnen unfertige Physik für den Hausgebrauch vorsetze.

Was die Goudsmitsche Theorie betrifft, so hatte ich mir die Energieformel, die ich Ihnen schrieb, so überlegt. Ich nehme an, die durch verschiedene Neigung von R gegen k entstehende Wechselwirkungsenergie sei rein magnetisch (R = Impuls des Elektrons selbst, k = Impuls in der Bahn). Diese Energie kann man so ausrechnen, dass man das Elektron als ruhend auffasst, den Kern als darum herumbewegt. Die gesuchte Energie lässt sich einfach berechnen, wenn der Mittelwert des vom Kern in der Nähe des Elektrons erzeugten Magnetfeldes $\overline{H_k}$ bekannt ist.

Dies Magnetfeld ist nun:

$$H_k = \frac{Ze[\mathfrak{v}\,r]}{c\,r^3} = \frac{Ze\cdot k\cdot\frac{h}{2\pi}}{m c\, r^3};$$

(m Elektronenmasse, r Abstand Kern-Elektron, $\mathfrak{v} = \dot{r}$).

$$\overline{H_k} = \frac{Z\cdot e\cdot k\,\frac{h}{2\pi}}{m c}\cdot\overline{\frac{1}{r^3}} = \frac{Ze\,k\,\frac{h}{2\pi}}{m c\, a_H^3\cdot k^3\cdot n^3} = \frac{32\pi^5 m^2 e^7}{c h^5}\,\frac{Z^4}{n^3\cdot k^2}.$$

Die gesamte Energie~~differenz~~ ΔE ist also (v = Larmorrotation):

R=! fraglich.

$$\overline{H}_k \cdot \frac{2v}{2\pi} \cdot \cos(Rk) \cdot \mathring{R} \cdot h,$$

und, wenn $R = \frac{h}{2\pi}$:

$$\Delta E = \frac{16\pi^4 \cdot m e^8}{h^4 \cdot c^2} \frac{Z^4}{n^3 k^2} \cdot \cos(Rk).$$

Nun ist bekanntlich

$$h \cdot \Delta\nu_{rel} = \frac{8\pi^4 m e^8}{h^4 \cdot c^2} \frac{Z^4}{n^3 k(k-1)}$$

wobei sich hier $\Delta\nu$ auf die Differenz zweier Niveaus bezieht. Das obige Ergebnis für ΔE führt, bis auf den Faktor 2 zum selben Ergebnis, wenn man annimmt $\Delta \cos(Rk) = 1$ (was aus der Zoologie für $R = \frac{h}{2\pi}$ bei den Dubletts folgt). Also ich weiss nicht, ob Sie damit etwas anfangen können. Die obigen Rechnungen stehen übrigens schon bei Landé (Z. f. Phys. 24, 88, 1924), nur kommt dort stets Z^3 statt Z^4. Ich selbst hab doch sehr grosse Bedenken gegen den Goudsmit'schen Versuch, die Zoologie so einfach zu gestalten. 1.) Müsste oder könnte auch der Kern Impulse haben und man versteht kaum die Einheitlichkeit der Zoologie. 2.) Es wäre ~~X~~ doch einfacher, wenn das Elektron nur Ladung und Masse, aber keinen Impuls hätte; prinzipiell ist allerdings nichts gegen den Impuls einzuwenden, aber die Idee einer Struktur des Elektrons (insbesondere: mehrere Sorten von Elektronen) ist mir greulich). 3.) Bei den Erdalkalien müsste der Energieunterschied zwischen Singlett u. Triplett-termen bei gleichem l nur durch verschd. Wechselwirkung der Magnete der 2 Elektronen aufeinander herauskommen. Das gibt eine ganz falsche Grössenordnung; u.s.w.

Immerhin hat der Goudsmit mich soweit zur Zoologie animiert, dass ich einmal sein Modell durch die Matrizenmühle drehen will[1] und sehen, ob wenigstens g-Formeln, Intensitäten u.s.w. richtig herauskommen.

Aber mein Brief wächst sich zum Roman aus und ich will schliessen; da fällt mir noch ein: bei Fowler hat ein Engländer Dirac das mathematische zu meiner Arbeit (also im ~~...~~ Wesentlichen dasselbe, wie in Teil I der Born-Jordan) unabhängig nocheinmal gemacht. Born u. Jordan werden da wohl ein wenig traurig sein, aber immerhin haben sie's zuerst gemacht und man sieht doch jetzt, dass die Theorie wohl richtig ist.

Aber nun viele Grüsse, über zyklische Koordinaten stand nichts in unserer Arbeit, weil wir nichts wussten, aber ich werde dies auch noch öffentlich bekanntgeben; über Stabilität kommt noch etwas hinein. Viele Grüsse an Ihr ganzes Institut!

W. Heisenberg.

1) Wenn Sie das wollen, schreiben Sie bitte, damit wir uns nicht gegenseitig ins Handwerk pfuschen.