Archiv von Heisenbergs Briefen

von: Werner Heisenberg
an: Pauli
Datum: 24.09.1925
Stichworte: Vertauschungsrelationen, mehrere Freiheitsgrade
Ursprung: Pauli Archiv in Genf
Kennzeichen im Pauli Archiv in Genf: heisenberg_0017-021r
Meyenn-Nummer: 99

Kopenhagen 24.9.25.

Lieber Pauli! Vielen Dank für Ihren Brief; Ihre Vermutung über die Quantenbedingungen bei mehreren Freiheitsgraden ist natürlich richtig; ich hatte mir schon vor ein paar Tagen einen einfachen Beweis für die Frequenzbedingung überlegt, der so kurz ist, dass ich ihn hier auf der Karte schreiben will. Es genügt natürlich, zu beweisen, dass

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{2\pi i}{h}(\mathfrak{H}\,q_\rho - q_\rho\,\mathfrak{H}) = -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p_\rho} \quad \text{und} \\ \frac{2\pi i}{h}(\mathfrak{H}\,p_\rho - p_\rho\,\mathfrak{H}) = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial q_\rho} \end{cases}$$

ist. Diese Formeln gelten aber nicht nur für $\mathfrak{H}$, sondern für jede Funktion $\mathfrak{F}$, die nach Potenzen von p u. q entwickelbar ist (auch gemischte Glieder zugelassen), wie man folgendermaßen einsieht:

Nehmen wir an, die Formel gelte für eine Funktion $f(q, p)$; dann, so behaupten wir, gilt sie auch für (2) $p_\rho \cdot f$; $q_\rho \cdot f$; $p_s \cdot f$; $q_s \cdot f$ u. $f \cdot p_\rho$, $f \cdot q_\rho$ u.s.w. Denn

$$\cancel{\frac{2\pi i}{h}\{\mathfrak{H}\cdot(p_\rho f)\,q_\rho - (p_\rho f)\,[\text{illegible}]\} =}$$

$$\frac{2\pi i}{h}\{(p_\rho f)\,q_\rho - q_\rho\,(p_\rho f)\} = \frac{2\pi i}{h}\{p_\rho(f q_\rho - q_\rho f) - (q_\rho p_\rho - p_\rho q_\rho) f\}$$

$$= -p_\rho \cdot \frac{\partial f}{\partial p_\rho} - f = \frac{\partial}{\partial p_\rho}(p_\rho f).$$

Ebenso bei den anderen Gliedern.

BREVKORT.

KØBENHAVN 24.9.25.

Herrn Dr. W. Pauli
Privatdozent
Jungiusstr. 9
Hamburg
Tyskland

Ist nun F bzw. J nach Potenzen von λ, μ entwickelbar, so gilt offenbar für jedes einzelne Glied die obige Relation (1), das läßt sich aus (2) durch vollständige Induktion zeigen. q.e.d. Auch die Störungstheorie sieht genau so aus, wie bei einem Freiheitsgrad. Was die Entartung bedeutet, kann man aber doch nicht recht sagen, solange man keine anständige Integrationsmethode für einen Freiheitsgrad hat. Daran arbeit' ich jetzt, aber noch ohne viel Erfolg. Viele Grüße ans ganze Hamburger Institut!

W. Heisenberg.

78 – 1